IONEL LAZANU

SPECTROSCOPIA HADRONILOR

Note de curs

EDITURA UNIVERSITĂȚII DIN BUCUREȘTI

IONEL LAZANU

SPECTROSCOPIA HADRONILOR

(Note de curs)

EDITURA UNIVERSITĂȚII DIN BUCUREȘTI
1998

Referenţi ştiinţifici: Conf. dr. NICOLAE GHIORDĂNESCU
Prof. dr. docent ALEXANDRU MIHUL

Șos. Panduri, 90-92, București - 76235; Telefon/Fax 410.23.84

ISBN - 973 - 575 - 282 - 4

Prefata

Fizica particulelor elementare reprezinta domeniul in care, in ultima jumatate de secol, s-au facut un numar impresionant de progrese atit din punct de vedere teoretic cit si experimental. In acest domeniu de fizica notiunea de elementaritate - notiune centrala, este extrem de relativa, in sensul ca majoritatea sistemelor considerate la un moment dat elementare, au in realitate o structura interna.

Primul pas in evidentierea si intelegerea structurii interne a sistemelor il constituie identificarea unui spectru de excitatie pentru acestea. Astfel, la scara moleculelor exista un spectru datorat miscarii cuantificate a atomilor constituenti, in domeniul atomic spectrul de excitatie apare datorita interactiei intre electroni si nucleu, respectiv intre nucleoni in cazul nuclear. La scara particulelor elementare, la nivelul cunostiintelor actuale, s-a pus in evidenta experimental existenta unei structuri numai pentru hadroni.

Determinarea spectrelor de excitatie ale acestor sisteme si a tranzitiilor intre stari, explicarea si modelarea structurii lor interne, predictii ale comportarii acestora, fac obiectul de studiu al spectroscopiei.

In prezent exista o spectroscopie a sistemelor moleculare, atomice, nucleare si a hadronilor. Calitativ, toate sistemele fizice amintite sunt similare, dar cantitativ ele sunt radical diferite. Excitatiile moleculelor se evidentiaza la o scara energetica in domeniul meV, atomii la eV, nucleele pentru MeV si hadronii la sute de MeV. Aceste scari dau o imagine foarte clara asupra valorilor energiilor de legatura intre constituenti si a dimensiunilor structurilor studiate, si sugereaza foarte limpede de ce spectroscopia hadronilor este cea mai noua ramura a spectroscopiei.

Daca in cazul leptonilor exista a teorie care permite descrierea, intelegerea si explicarea interactiilor intre particule, lipsa unei teorii a interactiilor tari duce si la lipsa unei sistematici pentru hadroni, iar interpretatile se fac pe baza unor modele particulare. In aceste imprejurari spectroscopia hadronilor are un rol deosebit de important in sistematizarea si explicarea faptelor experimentale si in stabilirea legaturii intre datele experimentale si structura particulelor.

Prezenta carte, intitulata "Spectroscopia hadronilor", are la baza cursul tinut de autor studentilor de la "Studii aprofundate" in specializarea "Interactii nucleare si ale particulelor elementare", de la Facultatea de Fizica a Universitatii Bucuresti.

Primele doua capitole abordeaza elemente de teoria grupurilor unitare cu aplicabilitate in fizica hadronilor. Pentru ca intreaga spectroscopie dezvoltata in carte se bazeaza pe ipotezele modelului cuarc, sunt analizate conexiunile dintre teoria grupurilor si acest model. Necesitatea introducerii numarului cuantic de culoare, marime fundamentala in ipoteza structurii de cuarci pentru hadroni, si a consecintelor care decurg de aici, sunt analizate in detaliu in capitolul 2.

Pe baza structurii grupale a hadronilor si a interactiunilor fundamentale intre constituenti, sunt explicate, in capitolul 3, despicarile de masa pentru hadroni, ca si contributiile gluonului la masele mezonilor.

Acest mod de abordare poate explica relativ spectrele de masa ale hadronilor, fara a avea posibilitatea fixarii scarii energetice a fenomenelor. Obtinerea unor rezultate cantitative se poate realiza numai prin modelarea interactiilor intre constituenti, cuarci si gluoni.

Capitolele 4 si 5 trateaza modele teoretice de structura a hadronilor. Sunt trecute in revista principalele cai de studiu teoretic, accentul fiind pus pe abordarile fenomenologice si nerelativiste, care sunt de altfel si cele mai raspindite in literatura. In capitolul 4 accentul este pus pe explicarea structurii in cadrul modelului cuarc naiv, adica a sistemelor legate cuarc-anticuarc (mezoni) si respectiv a sistemelor constituite din trei cuarci (barioni), pe cind in capitolul 5 sunt discutate aspecte legate de posibila existenta si de modelarea asa numitilor "hadroni exotici": hadronii multicuarc si gluonici.

In capitolul 6 si ultimul, este prezentata situatia experimentala la zi, pentru mezoni si barioni, cu interpretari teoretice in acord cu spectroscopia dezvoltata in lucrare, cit si cu evidentierea aspectelor ambigue, controversate sau neelucidate. Corectitudinea unor ipoteze teoretice curente in modelele nerelativiste este verificata pentru familiile de mezoni grei.

Pentru a usura intelegerea si pentru a fixa notiunile si ordinele de marime caracteristice domeniului, am apelat, pe tot parcursul cartii, la analogii cu fenomene din domenii cu care am considerat ca cititorul este mai familiarizat, cit si la numeroase evaluari numerice.

Lucrarea nu este exhaustiva. Ea incearca sa dea o imagine unitara, si pe cit posibil realista, a problematicii domeniului, a dificultatilor (uneori extrem de mari), a cailor de abordare si rezolvare, ca si a problemelor deschise din spectroscopia hadronilor.

Sper ca cititorul interesat de fizica particulelor va gasi in aceasta carte raspuns la unele dintre problemele care il preocupa, si nu va fi nevoit sa apeleze la metodele de "investigatie" a lumii subnucleare sugerate la pagina 145.

Autorul

Bucuresti, 1998

Cuprins

Capitolul 1

Reprezentari fundamentale si proprietati generale in SU(n)

1.1 Introducere

Cuarcii au spinul 1/2, la fel ca si electronii, astfel incit mezonii, care sunt stari legate cuarc-anticuarc mai sunt cunoscuti sub numele de "cuarconium", in analogie cu pozitronium, starile legate formate din $e^+ - e^-$.

Electronul si pozitronul pot cupla astfel incit spinul sistemului sa fie 1 (in starea de triplet), sau zero (in starea de singlet). In plus, momentul cinetic orbital poate avea valori intregi: 0, 1, 2, ... si care formeaza asa numitele stari S, P, D, ... Cuplarea spinului $\vec{S}$ cu momentul orbital $\vec{L}$ conduce la momentul cinetic total al sistemului: $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$.

In notatii spectroscopice, nivelele de energie sunt ${}^{2S+1}L_J$, si cele mai joase nivele sunt ${}^1S_0$ si ${}^3S_1$, iar nivelele urmatoare: ${}^1P_1$, ${}^3P_0$, ${}^3P_1$, ${}^3P_2$.

Daca ar exista numai un tip de cuarci, atunci sistemul de cuarconium ar avea o serie de nivele similar cu cazul pozitroniumului, si fiecare nivel pentru cuarconium ar corespunde unui mezon.

Dar in momentul de fata spectroscopia mezonilor nu este asa de simpla ca aceasta imagine.

Multa vreme, toti mezonii pusi in evidenta in mod experimental au putut fi intelesi presupunind existenta a trei tipuri de cuarci: *u*, *d* si *s*, fiecare fiind purtatorul unei proprietati distincte concretizate prin intermediul unui numar cuantic "sarcina specifica" (cunoscuta in literatura de limba engleza ca "flavour").

In 1974, prin descoperirea experimentala a mezonului J/Ψ, a devenit clar ca exista al patrulea cuarc, cuarcul cu "charm", *c*, iar in 1978, al cincilea cuarc, purtatorul numarului cuantic de "bottom", *b*, a fost confirmat prin existenta mezonului Υ. Al saselea cuarc, cuarcul *t*, prezis de modelele teoretice, a fost pus in evidenta in 1995.

Analogia dintre pozitronium si cuarconium nu este perfecta. Daca se ignora structura fina si hiperfina, nivelele de energie ale pozitroniumului si cuarconiumului au structura coulombiana a atomului de hidrogen.

Alta cale de a lega cuarcii pentru a forma particulele observabile este de a forma grupuri de 3 cuarci. Particulele rezultante sunt numite barioni si sistemul rezultant este analog nucleelor formate din 3 barioni. Ca si in cazul analogiei pozitronium $\leftrightarrow$ cuarconium, si in cazul barionilor, cuarcii nu pot fi eliberati din barioni si originea acestei situatii se gaseste in proprietatea de constringere (confinare) a cuarcilor.

Mai intii vom discuta pe scurt similitudinea dintre barioni si cele mai usoare nuclee formate din 3 nucleoni, adica ^3H si ^3He, respectiv *pnn* si *npp*.

Aceste nuclee sunt analoage cu barionii; astfel, protonul are structura: *uud* si neutronul: *udd*. Cei trei cuarci de spin 1/2 cupleaza in unda S conducind la J = 1/2 sau 3/2, si aceste stari sunt asociate cu nucleonul si cu rezonanta Δ. Sunt posibile si stari excitate: P, D, F, ... a caror paritate sa alterneze S(+), P(-), D(+) si asa mai departe. Aceasta succesiune este regasita in spectroscopia barionilor.

In lumea cuarcilor, cuarcul *s* este responsabil de straneitatea particulelor, de exemplu barionul Λ, care este un sistem *sud*. In lumea nucleului, analogul este hipernucleul, in care un neutron este inlocuit de un hiperon Λ, adica de exemplu $^3He^\Lambda$.

In cadrul modelului cuarc, spectroscopia barionilor este analoga cu cea a unor sisteme nucleare, ca ^3H, ^3He, $^3He^\Lambda$, dar nu este analoga cu cea a ^4He, *d*, etc.

Aspectul legat de neobservabilitatea cuarcilor ca particule libere reprezinta o diferenta esentiala fata de fizica nucleului. O a doua diferenta importanta decurge din faptul ca, in cadrul modelului cuarc, este posibil ca 3 cuarci identici sa existe in aceiasi stare, de exemplu Ω sau Δ^{++}, Δ^-, dar nu exista un nucleu de ^3Li cu structura (*ppp*), o astfel de stare fiind interzisa de principiul lui Pauli.

In cadrul modelului cuarc, aceasta problema a fost inlaturata prin ipoteza existentei unui grad de libertate suplimentar pentru cuarci, dat de numarul cuantic de culoare. *Pot exista ca particule reale numai cele pentru care culoarea este alba.* In cazul mezonilor, cuarcul si anticuarcul trebuie sa aiba culori astfel incit sa se anihileze, pe cind in cazul barionilor cuarcii constituenti trebuie sa poarte cite una dintre culorile primare: rosu, galben si verde, astfel incit sistemul sa aiba culoare alba.

Culoarea genereaza si diferenta intre potentialele utilizate in cazul pozitroniumului si al cuarconiumului. Ca constituenti pentru particule, exista cuarcii si gluonii. Cuarcii au sarcina specifica ("aroma") si se pot gasi in trei stari de culoare, pe cind gluonii sunt fara sarcina, dar sunt presupusi a exista in 8 culori. In acest mod, un cuarc (in oricare dintre cele 3 culori) poate cupla la alt cuarc si un gluon, rezultind 9 posibilitati de amestec pentru culorile primare. Una dintre aceste posibilitati este un singlet de culoare (in cazul fotonului care cupleaza electromagnetic la cuarci), restul de 8 gluoni cuplind la cuarci cu aceiasi constanta de cuplaj.

Teoria interactiilor tari, numita cromodinamica cuantica (QCD), poate fi construita ca o teorie de cimp a interactiilor tari, in care cuarcii cu sarcina de culoare schimba prin interactie gluoni vectoriali colorati, fara masa, in mod analog cu cazul electrodinamicii cuantice (QED) in care fermionii cu sarcina electrica cupleaza la fotoni.

In QED o sarcina electrica izolata poate polariza vidul si interactioneaza cu ea insasi prin intermediul unui nor de perechi e^+e^-.

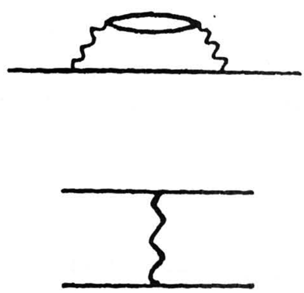


Fig. 1.1
Topologii posibile in QED si QCD. In QED liniile solide sunt electroni si cele frinte fotoni. In QCD, liniile solide sunt cuarci, iar cele frinte gluoni.

Constanta de cuplaj creste la distanta scurta.

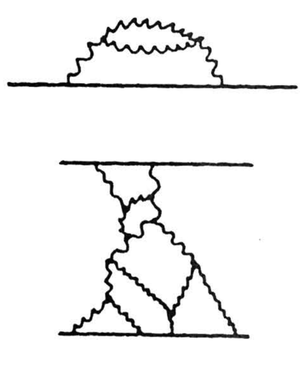


Fig. 1.2
Topologii posibile numai in QCD

In QCD o sarcina de culoare izolata (cuarc) va avea analog in QED, dar exista si linii inchise numai din gluoni. Topologiile de tipul celor din Fig. 1.2 sunt de asemenea posibile (numai in QCD!) datorita faptului ca sunt posibile vertexuri cu 3 gluoni.

Mezonii se gasesc in stari de singleti si octeti (noneti); pentru starile cele mai joase, spinii sunt 0^- si 1^-. Barionii apar in stari de singleti, octeti si decupleti.

1.2 SU(2)

Independenta de sarcina a fortelor nucleare si simetria de izospin in fizica particulelor sunt doua exemple familiare asociate cu grupul de simetrie SU(2).

Reprezentarea fundamentala in SU(2) este un dublet:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \tag{1.1}$$

Daca consideram ca aplicam acest dublet unei particule de spin 1/2, proiectiile spinului acestei particule fata de directia axei z sunt: sus, respectiv jos, astfel ca putem asocia aceste proiectii celor doua stari fundamentale din SU(2). Exceptind un factor de faza, aceste doua stari vor ramine invariante la o rotatie in jurul axei z.

O rotatie in jurul altei axe va fi de unghi ϑ si starile vor suferi o transformare dupa cum urmeaza. Presupunind aceasta rotatie in jurul axei y, vom avea:

$$\begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\vartheta/2) & \sin(\vartheta/2) \\ -\sin(\vartheta/2) & \cos(\vartheta/2) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \tag{1.2}$$

si daca:

$$u = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad d = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \tag{1.3}$$

rezulta:

$$u' = \begin{pmatrix} \cos(\vartheta/2) \\ -\sin(\vartheta/2) \end{pmatrix}, \quad d' = \begin{pmatrix} \sin(\vartheta/2) \\ -\cos(\vartheta/2) \end{pmatrix} \tag{1.4}$$

Aceste matrici sunt unitare si atunci, daca $\chi \equiv \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$, rezulta:

$$\chi'^{+} \chi' = \chi^{+} U^{+} U \chi = \chi^{+} \chi \tag{1.5}$$

In general, consider transformarile: $\chi' = U\chi$, unde U este o matrice unitara 2×2. In forma generala matricea U este scrisa conventional:

$$U \equiv \exp\left(\frac{1}{2} i \vartheta \hat{n} \cdot \hat{\sigma}\right) \tag{1.6}$$

unde ϑ este o masura a rotatiei in jurul axei $\hat{n}$, si $\frac{1}{2}\hat{\sigma}$ sunt matrici 2 x 2. Matricile $\frac{1}{2}\hat{\sigma}$ se numesc generatorii transformarilor infinetezimale de unghi ϑ:

$$\begin{aligned} &\chi' \rightarrow \chi + \delta\chi \\ &\delta\chi \equiv i \vartheta \hat{n}\left(\frac{1}{2}\sigma\chi\right) \end{aligned} \tag{1.7}$$

Pentru ca matricea U este unitara, det $U = 1$. Utilizind relatia:

$$\det(e^{A}) \equiv e^{TrA}, \tag{1.8}$$

rezulta ca:

$$Tr\sigma = 0 \tag{1.9}$$

Matricile:

$U^{-1} \equiv \exp\left(-\frac{1}{2} i \vartheta \hat{n} \cdot \hat{\sigma}\vartheta\right)$ si $U^{+} \equiv \exp\left(-\frac{1}{2} i \vartheta \hat{n} \cdot \hat{\sigma}^{+}\vartheta\right)$ fiind identice pentru matrici unitare, caz in care $\sigma^{+} = \sigma$, rezulta ca sunt matrici hermitice si cu urma nula:

$$\sigma \equiv \begin{pmatrix} a & b \\ b^* & -a \end{pmatrix} \tag{1.10}$$

cu elementele a si b normate astfel incit $a^2 + b^2 = 1$. In consecinta exista numai 3 matrici independente de acest tip, si prin conventie acestea sunt matricile Pauli:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \text{ si } \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{1.11}$$

Aceste matrici nu comuta si satisfac relatiile:

$$\left[\frac{1}{2}\sigma_i, \frac{1}{2}\sigma_i\right] = i\varepsilon_{ijk}\left(\frac{1}{2}\sigma_k\right) \tag{1.12}$$

care reprezinta algebra generatorilor SU(2), ε_{ijk} fiind constantele de structura ale grupului.

Aceste consideratii pot fi generalizate, si se pot defini generatorii:

$$\left[S_i, S_j\right] = i\varepsilon_{ijk} S_k \tag{1.13}$$

Astfel se pot gasi matrici particulare 2 x 2 care satisfac aceasta algebra si actioneaza asupra reprezentarilor fundamentale 2-dimensionale ale lui SU(2).

Pentru reprezentari N dimensionale ale lui SU(2) se pot gasi matrici N x N care satisfac algebra.

Aplicind operatorul $\frac{1}{2}\sigma_3$ starilor u si d ale grupului, obtinem:

$$\left(\frac{1}{2}\sigma_3\right)u = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix} = \frac{1}{2}u \tag{1.14a}$$

$$\left(\frac{1}{2}\sigma_3\right)d = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix} = -\frac{1}{2}d \tag{1.14b}$$

Atunci, diferitele stari din SU(2) sunt caracterizate de $\left\langle\frac{1}{2}\sigma_3\right\rangle$.

Matricile $\sigma_\pm \equiv \frac{1}{2}\left(\sigma_1 + i\sigma_2\right)$, actionind intr-un multiplet 2-dimensional genereaza transformari intre aceste stari care difera intre ele prin unitati de $\left\langle\frac{1}{2}\sigma_3\right\rangle$.

Ca rezultat:

$$\sigma_+ \equiv \begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix},\ \sigma_- \equiv \begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix} \tag{1.15}$$

si atunci:

$$\sigma_+ u \equiv \begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix} = 0 \tag{1.16a}$$

$$\sigma_+ d \equiv \begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix} = u \tag{1.16b}$$

$$\sigma_- u \equiv \begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix} = d \tag{1.16c}$$

$$\sigma_- d \equiv \begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix} = 0 \tag{1.16d}$$

Operatorii σ_+, σ_- sunt operatori de crestere, respectiv descrestere, si satisfac urmatoarele relatii de comutare:

$$\begin{gathered}\left[\frac{1}{2}\sigma_3, \sigma_\pm\right] = \pm\sigma_\pm\\ \left[\sigma_+, \sigma_-\right] = 2\left(\frac{1}{2}\sigma_3\right)\end{gathered} \tag{1.17}$$

Operatorul Casimir este o combinatie liniara de generatori astfel alesi incit sa comute cu toti generatorii grupului.

$$C = \frac{1}{2}\left(\sigma_{+}\sigma_{-} + \sigma_{-}\sigma_{+}\right) + \frac{1}{4}\sigma_3^2 \equiv \frac{1}{4}\left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2\right) \equiv \left(\frac{1}{2}\sigma\right)^2 \qquad (1.18)$$

Se poate generaliza de la cazul 2 x 2 la cazul N x N dimensional. Aceasta operatie se realizeaza inlocuind $\frac{1}{2}\sigma_{1,2,3}$ prin $S_{1,2,3}$ si $\sigma_{\pm}$ prin $S_{\pm}$ in toate relatiile de interes. Pentru ca aceste stari sunt fixate de valorile proprii ale lui S_3, operatorul Casimir este S^2.

Pentru ca $S^2 S_{\pm} = S_{\pm} S^2$, rezulta ca prin aplicarea operatorilor de crestere si descrestere $S_{\pm}$ se genereaza noi stari care difera de cele de plecare cu 1 fata de $\langle S_3 \rangle$, dar avind aceiasi valoare a lui $\langle S^2 \rangle$. Atunci, diferitele reprezentari pot fi specificate de valorile proprii ale lui S^2, pe cind starile fara aceasta reprezentare sunt caracterizate de valoarea proprie S_3

Pentru o reprezentare N = $2S + 1$ dimensionala a lui SU(2) (unde S este valoarea maxima a lui S_3), valoarea proprie pentru operatorul S^2 este $S(S+1)$.

<u>Exemplu:</u>
In cazul unei reprezentari 2 dimensionale, pentru care S = 1/2 (valoarea maxima a lui S_3, valoarea proprie a operatorului Casimir este $S(S+1) = \frac{3}{4}$.

In spatiul izospinului, izospinul este conservat daca este indeplinita invarianta la rotatii in izospatiu.

De exemplu, protonul si pionul pozitiv au aceiasi sarcina electrica, dar valori diferite pentru I_3: (p: $I_3 = +1/2$; π^+: $I_3 = +1$). Operatorul de sarcina este:

$$Q = \frac{1}{2}B + I_3 \qquad (1.19)$$

si are aceiasi valoare pentru π^+ si p. Din relatia de comutare pentru izospin:

$$\left[I_i, I_j\right] = i\varepsilon_{ijk} J_k \qquad (1.20a)$$

rezulta:

$$\begin{aligned} \left[Q, I_3\right] &= 0 \\ \left[Q, I_{1,2}\right] &\neq 0 \end{aligned} \qquad (1.20b)$$

ceea ce conduce la concluzia ca operatorul de sarcina nu este invariant fata de izorotatii (axa 3 este speciala), si atunci sarcina violeaza conservarea izospinului. Mai general, interactiile electromagnetice violeaza conservarea izospinului.

In general, daca hamiltonianul comuta cu generatorii G_i ai unui grup de simetrie, adica:

$$\left[H, G_i\right] = 0 \tag{1.21}$$

pentru toti G_i ai grupului, atunci aceasta este o simetrie exacta a naturii.

Comentariu: Daca aceasta simetrie ar fi fost una exacta, atunci efectul sarcinii nu ar fi trebuit sa existe si masa neutronului ar trebui sa fie egala cu cea a protonului.

In cazul particular al grupului SU(2), reprezentarea conjugata este echivalenta cu reprezentarea directa, adica in SU(2) proprietatile se schimba la fel pentru particule si antiparticule.

In general, in SU(n) cu n = 2, 3, 4, ... vor exista reprezentari de baza cu dimensiuni n si n*. In SU(2) acestea sunt 2 si 2*, care sunt reprezentari echivalente, pentru ca se transforma in acelasi mod la rotatii. Pentru N = 3, 4, ... reprezentarile 3, 3*, respectiv 4, 4* nu sunt reprezentari echivalente.

Cele mai simple reprezentari ale generatorilor pentru grupul SU(n) sunt date de (n^2 - 1) matrici patrate, n x n, hermitice, cu urma nula. Astfel, in SU(2) acesti generatori sunt 3 matrici patrate 2 x 2, care pot fi asociate, pentru problematica discutiei noastre, cu matricile Pauli.

Utilizind aceste matrici se poate defini o reprezentare (n^2 - 1) dimensionala in SU(n), cunoscuta ca reprezentare regulara. In SU(2), aceasta va fi o reprezentare vectoriala (izovectoriala) 3-dimensionala care poate fi utilizata pentru pioni.

Ca exemplu, vom ilustra reprezentarea regulara in SU(2). Algebra generatorilor grupului este:

$$\left[S_i, S_j\right] = i\varepsilon_{ijk} S_k \tag{1.22}$$

Alegind S_3 diagonala, se poate gasi o reprezentare matriceala 3 x 3 (2^2 - 1) dimensionala, astfel:

$$S_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad S_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{si} \quad S_2 = \frac{i}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{1.23}$$

reprezentare ce satisface algebra SU(2).

Baza in care acesti generatori actioneaza consta din starile proprii cu valorile proprii S_3 = +1, 0, -1, adica, daca consider ca asociez acestei baze izospinul, atunci starile de sarcina corespunzatoare vor fi +1, 0, -1, ale unei particule ce poate fi pionul.

Daca algebra grupului este definita de:

$$\left[G_i, G_j\right] = i g_{ijk} G_k \tag{1.24}$$

cu M generatori G_i (i = 1, 2, ..., M) si g_{ijk} constantele de structura ale grupului, atunci o reprezentare regulara are dimensiune egala cu numarul de generatori si este data de:

$$\left(S_k\right)_{ij} = -i g_{ijk} \tag{1.25}$$

Pentru SU(2) cu 3 generatori se poate construi: $\left(S_k\right)_{ij} = -i\varepsilon_{ijk}$.

1.3 Extinderi la SU(3), SU(4), SU(n)

Extinderea de la SU(2) la SU(3) este imediata daca se extinde dubletul de baza la tripletul *u, d, s* si se investigheaza transformarile pentru:

$$\Phi = \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix} \tag{1.26}$$

astfel incit $\Phi' = U\Phi$, unde U este o matrice 3 x 3 unitara si de modul 1. Urmind produsele de la SU(2) se gaseste ca:

$$U \equiv \exp\left(\frac{1}{2} i \vartheta \hat{n} \cdot \hat{\lambda}\right) \tag{1.27}$$

unde λ_i sunt 8 matrici independente 3 x 3 hermitice si de urma nula, analoage matricilor σ_i din SU(2).

Forma canonica a acestor matrici (generatori) a fost data de Gell-Mann:

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \tag{1.28}$$

$$\lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \ \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Matricile $\lambda_{1,2}$ au structura:

$$\left(\begin{array}{cc|c} \multicolumn{2}{c|}{\sigma_{12}} & 0 \\ & & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \tag{1.28'a}$$

si in consecinta SU(2) este un subgrup de izospin pentru SU(3). Matricile $\lambda_{6,7}$ sunt de asemenea componente ale unui subgrup numit *U*-spin:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \multicolumn{2}{c}{\sigma_{12}} \\ 0 & & \end{pmatrix} \tag{1.28'b}$$

iar $\lambda_{4,5}$ sunt asociate cu *V*-spinul.

In termenii tripletului de baza, acesti dubleti SU(2) sunt:
u,d asociati cu I-spin, *d,s* asociati cu *U*-spin, si *u,s* asociati cu *V*-spin.

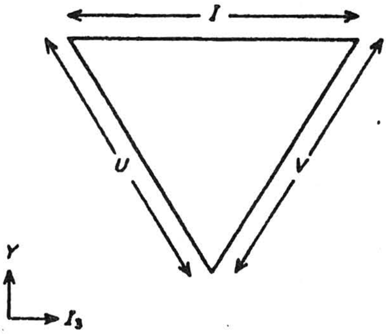


Fig. 1.3
Reprezentarea subgrupurilor SU(2) din SU(3): *I*, *U* si *V* sunt dubletii SU(2) din tripletul SU(3).

Operatorul $F_3 \equiv \frac{1}{2}\lambda_3$ este operatorul de izospin pentru ca actionind asupra starilor *u*, *d*, *s* conduce la valorile proprii: $\pm\frac{1}{2}, 0$.

Operatorul de hipersarcina este:

$$Y = \frac{2}{3}F_8 \equiv \frac{2}{\sqrt{3}}\frac{1}{2}\lambda_8 \tag{1.29}$$

Relatiile de comutare si anticomutare pentru matricile $\frac{1}{2}\lambda_i$ pot fi obtinute prin calcule concrete, si acestea sunt:

$$\left[\frac{1}{2}\lambda_i, \frac{1}{2}\lambda_j\right] = if_{ijk}\left(\frac{1}{2}\lambda_k\right) \tag{1.30}$$

$$\left\{\frac{1}{2}\lambda_i, \frac{1}{2}\lambda_j\right\} = \frac{1}{3}\delta_{ij} + d_{ijk}\left(\frac{1}{2}\lambda_k\right) \tag{1.31}$$

f_{ijk} si d_{ijk} fiind constantele de structura din SU(3).

Ca si in cazul lui SU(2), aceste rezultate pot fi generalizate definind operatorii $F_i \equiv \frac{1}{2}\lambda_i$ si care satisfac relatiile de comutare:

$$\left[F_i, F_j\right] = i f_{ijk} F_k \qquad \text{cu } i = 1, \ldots, 8. \tag{1.30'}$$

A studia complet grupul SU(3) consta in a gasi matricile $F_i(n \times n)$ care realizeaza transformarile:

$$\Phi \to \Phi' = \left(1 + i\vartheta\hat{n} \cdot F\right)\Phi \tag{1.32}$$

Aceste stari formeaza multipletii n-dimensionali ai lui SU(3).

Operatorul invariant in SU(3) care comuta cu toti generatorii grupului (operatorul Casimir) este:

$$F^2 = \sum_{i=1}^{\infty} F_i F_i = \frac{1}{2}\left\{I_+, I_-\right\} + I_3^2 + \frac{1}{2}\left\{U_+, U_-\right\} + \frac{1}{2}\left\{V_+, V_-\right\} + F_8^2 \tag{1.33}$$

unde:

$$I_\pm \equiv F_1 \pm iF_2; \qquad I_3 \equiv F_3$$

$$U_\pm \equiv F_6 \pm iF_7; \qquad Y \equiv \frac{2}{\sqrt{3}} F_8$$

$$V_\pm \equiv F_4 \pm iF_5$$

Operatorii I_+, V_+ si U_- sunt operatori de crestere pentru I_3 si permit definirea starii de ridicare maxima, adica acea stare Φ_{max} pentru care:

$$I_+\Phi_{max} = V_+\Phi_{max} = U_-\Phi_{max} = 0 \tag{1.34}$$

Pentru orice reprezentare din SU(3) se poate calcula operatorul Casimir actionind prin intermediul lui F^2 asupra starii Φ_{max}.

Se poate verifica imediat ca:

$$\begin{aligned} \left[I_+, I_-\right] &= 2I_3 \\ \left[U_+, U_-\right] &= \frac{3}{2}Y - I_3 \equiv 2U_3 \\ \left[V_+, V_-\right] &= \frac{3}{2}Y + I_3 \equiv 2V_3 \end{aligned} \tag{1.35}$$

Pe de alta parte, din:

$F^2 = \sum_{i=1}^{\infty} F_i F_i = \frac{1}{2}\left\{I_+, I_-\right\} + I_3^2 + \frac{1}{2}\left\{U_+, U_-\right\} + \frac{1}{2}\left\{V_+, V_-\right\} + F_8^2$, si utilizind relatia (1.34): $I_+\Phi_{max} = V_+\Phi_{max} = U_-\Phi_{max} = 0$, se obtine:

$$\langle F^2\rangle = \langle I_3\rangle^2 + 2\langle I_3\rangle + \frac{3}{4}Y^2 \tag{1.36}$$

In SU(3), reprezentarile sunt complet specificate prin (p, q), p reprezentind dimensiunea covarianta, iar q dimensiunea contravarianta.

Starea maxima este caracterizata prin:

$$I_3 = \frac{1}{2}(p+q)$$
$$Y = \frac{1}{3}(p-q) \tag{1.37}$$

si expresia pentru F^2 (1.36) devine:

$$F^2 \equiv \frac{1}{2}\left(p^2 + pq + q^2\right) + (p+q) \tag{1.38}$$

In SU(3), valoarea operatorilor Casimir F^2 pentru unele reprezentari uzuale este listata in Tabelul 1.1 :

Tabelul 1.1
Valoarea operatorului Casimir pentru unele reprezentari uzuale

Dimensiunea	(p,q)	F^2
1	(0,0)	0
3	(1,0)	4/3
$\overline{3}$	(0,1)	4/3
8	(1,1)	3
6	(2,0)	13/3
10	(3,0)	6

SU(4)

Reprezentarea fundamentala in SU(4) este:

$$\Phi = \begin{pmatrix} c \\ u \\ s \\ d \end{pmatrix} \tag{1.39}$$

si transformarile sunt: $\Phi' = U\Phi$ cu matricile U 4 x 4 si de modul 1. La fel ca si in SU(3), aceasta matrice de transformare poate fi scrisa ca:

$$U \equiv \exp\left(\frac{1}{2} i\vartheta\hat{n}\cdot\hat{\lambda}\right) \tag{1.40}$$

unde λ_i sunt 15 matrici (generatori) 4 x 4, independente, hermitice si de urma nula.

Practic, alegerea celor 15 λ_i reprezinta o extrapolare a situatiei din SU(3). In consecinta λ_i cu $i = 1, 2, ..., 8$ sunt obtinute din generatorii grupului SU(3) prin adaugarea unei linii si a unei coloane:

$$\lambda_i = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & \\ 0 & & \lambda_i\big|_{SU(3)} & \\ 0 & & & \end{pmatrix} \quad \text{pentru i} = 1, 2, ..., 8 \tag{1.41}$$

Urmatoarele 6 matrici nediagonale sunt analogul matricilor Pauli:

$$\lambda_9 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{10} = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_{11} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{12} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{1.42}$$

$$\lambda_{13} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{14} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

In sfirsit, λ_{15} este o matrice cu urma zero care se alege astfel incit cuarcul c sa se separe de cuarcii u, d, si s si sa fie un singlet in SU(3).

In consecinta,

$$\lambda_{15} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{1.42}$$

Se poate defini charmul ca fiind valoarea proprie a matricii:

$$C = \frac{1}{4}\left(1 - \sqrt{6}\lambda_{15}\right) \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{1.43}$$

si in consecinta nu este generator SU(4).

1.4 Cuarcii si structurile grupale pentru particule

Daca barionii sunt construiti din trei cuarci de valenta, atunci in mod natural cuarcii trebuie sa aiba numarul barionic 1/3. In consecinta, anticuarcii au numarul barionic -1/3, si mezonii, constituiti dintr-un cuarc si un anticuarc au acest numar zero.

Separarea dupa izospin a particulelor necesita ca in structura sa existe doua tipuri distincte de cuarci. Astfel se poate explica de exemplu distinctia intre proton si neutron. Pentru a distinge intre hadronii fara/cu straneitate este necesar sa presupunem introducerea unui cuarc care sa poarte aceasta proprietate, si care impreuna cu dubletul de izospin formeaza reprezentarea de baza in SU(3).

Izospinul (de fapt componenta a treia a acestuia), numarul barionic si straneitatea sunt legate prin relatia:

$$Q = I_3 + \frac{B+S}{2} \equiv I_3 + \frac{Y}{2} \tag{1.44}$$

unde Y este hipersarcina. Relatia permite calculul sarcinii electrice (Q) a cuarcului sau a particulei. Introducerea altor proprietati distincte impune introducerea suplimentara de cuarci: cuarcul c pentru "charm", cuarcul b pentru "bottom" si t pentru "top", si corespunzator extinderea notiunii de hipersarcina:

$$Y = B + S + c + b + t \tag{1.44'}$$

Tabelul 1.2
Cuarcii si numerele lor cuantice

Cuarcii si numerele lor cuantice						
Tipul de cuarc	*u*	*d*	*s*	*c*	*b*	*t*
Sarcina	2/3	-1/3	-1/3	2/3	-1/3	2/3
Izospinul I	1/2	1/2	0	0	0	0
I_3	+1/2	-1/2	0	0	0	0
Straneitate	0	0	-1	0	0	0
Charm	0	0	0	1	0	0
Bottom	0	0	0	0	-1	0
Top	0	0	0	0	0	+1
Numar barionic	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3

SU(2)

Grupul SU(3)

SU(n) SU(4)

SU(5)

SU(6)

In aceasta acceptiune, tabloul complet al cuarcilor, al numerelor lor cuantice si al grupurilor de reprezentare este dat in Tabelul 1.2.

Barionii sunt stari *qqq*. Daca ne restringem la cuarcii "usori", *u, d* si *s*, atunci sunt posibile sistemele de 3 cuarci prezentate in Tabelul 1.3.

Tabelul 1.3
Sisteme de trei cuarci

Continutul de cuarci	Simetria	Sarcina	Stranei-tatea	Exemple
uuu	S	2	0	Δ^{++}
uud	S,M	1	0	Δ^{+}, p
udd	S,M	0	0	Δ^{0}, n
ddd	S	-1	0	Δ^{-}
uus	S,M	1	-1	$\Sigma^{+}*$, Σ^{+}
uds	S,M,M,A	0	-1	$\Sigma^{0}*$, Σ^{0}, Λ, $\Lambda(1405)$
dds	S,M	-1	-1	$\Sigma^{-}*$, Σ^{-}
uss	S,M	0	-2	$\Xi^{0}*$, Ξ^{0}
dss	S,M	-1	-2	$\Xi^{-}*$, Ξ^{-}
sss	S	-1	-3	Ω^{-}

Exemple:

Cel mai simplu exemplu de aplicare a teoriei grupurilor este in ***SU(2)*** pentru un sistem de doua particule.

In notatii de grupuri:

$$2\otimes 2 = 3_S \oplus 1_A$$

si starile posibile de simetrie sunt listate in Tabelul 1.4:

Tabelul 1.4
Starile de simetrie pentru un sistem de doua particule in SU(2)

Starile de simetrie pentru doua obiecte (u si d) in SU(2)			
1	2	$1\leftrightarrow 2$	
		simetrica	antisimetrica
u	*u*	*uu*	
u	*d*	$1/\sqrt{2}(ud+du)$	$1/\sqrt{2}(ud-du)$
d	*u*	$1/\sqrt{2}(ud+du)$	$1/\sqrt{2}(ud-du)$
d	*d*	*dd*	

In cazul unui sistem de 3 obiecte, sunt 8 combinatii posibile in SU(2), prezentate in Tabelul 1.5.

Tabelul 1.5
Starile de siemtrie pentru un sistem de 3 particule in SU(2)

Constituenti	u u u	udu uud duu	dud ddu udd	d d d
starile de simetrie	$uuu^{1)}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(uud + udu + duu)^{1)}$ $\frac{1}{\sqrt{2}}(ud - du)u^{2)}$ $\frac{1}{\sqrt{3}}\left[\frac{(ud + du)u}{\sqrt{2}} - uud\sqrt{2}\right]^{3)}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(ddu + dud + udd)^{1)}$ $\frac{1}{\sqrt{2}}(ud - du)d^{2)}$ $-\frac{1}{\sqrt{3}}\left[\frac{(ud + du)d}{\sqrt{2}} - duu\sqrt{2}\right]^{3)}$	$ddd^{1)}$

Din analiza Tabelului 1.5, rezulta ca sunt posibile mai multe tipuri de simetrii:
- 4 combinatii complet simetrice, notate $^{1)}$;
- 2 tipuri de simetrii mixte: una antisimetrica, notata $^{2)}$;
una simetrica la inversarea $1 \leftrightarrow 2$, dar avind o simetrie mai complicata la inversarea $1 \leftrightarrow 3$, sau $2 \leftrightarrow 3$, notata $^{3)}$.

Fizica care se ascunde aici este clara daca consideram cuplajul a trei particule, fiecare cu spin 1/2. Aceasta se realizeaza utilizind tehnica coeficientilor Clebsch-Gordon.

Cuplajul a doua particule conduce la stari de spin 0 (antisimetrice) si 1 (simetrice).

Situatia este sumarizata in Tabelul 1.6

Tabelul 1.6
Cuplajul a doua particule in SU(2)

Din culpajul a doua particule	Adaugarea celei de-a treia particule
(1 2) antisimetrica $\rightarrow S_{12} = 0$	$\otimes \frac{1}{2} \rightarrow S = \frac{1}{2}$ singura posibilitate
(1 2) simetrica $\rightarrow S_{12} = 1$	$\otimes \frac{1}{2} \rightarrow S = \frac{1}{2}$ *si* $S = \frac{3}{2}$

Pentru ca starea $S=1/2$ poate fi formata prin intermediul a doua cai, una cu $S_{12} = 0$ (antisimetrica) si alta cu $S_{12} = 1$ (simetrica), aceasta corespunde la doua tipuri distincte de simetrie mixta, [2] si [3] din tabelul 1.5.

Exercitiu

Aratati cu ajutorul coeficientilor Clebsch-Gordon ca starea $\left|\frac{3}{2}\frac{1}{2}\right\rangle$ obtinuta din cuplajul a 3 fermioni in SU(2) are structura:

$$\left|\frac{3}{2}\frac{1}{2}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(uud + udu + duu\right)$$

Indicatie:

Structura barionilor in SU(2):

$$\frac{1}{2}\otimes\frac{1}{2} = 1_S + 0_A$$

$$\left(\frac{1}{2}\otimes\frac{1}{2}\right)\otimes\frac{1}{2} = \left(1\otimes\frac{1}{2}\right)\oplus\left(0\otimes\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}_S + \frac{1}{2}_{M,S}\right) + \frac{1}{2}_{M,A}$$

sau

$$2\otimes 2\otimes 2 = \left(3\otimes 2\right)\oplus\left(1\otimes 2\right) = \left(4\oplus 2\right)\oplus 2$$

Reprezentari SU(3)

Tabelul 1.7

Starile de simetrie pentru 2 obiecte in SU(3)

1	2	$1\leftrightarrow 2$	
u	u	uu	
u	d	$\frac{1}{\sqrt{2}}(ud+du)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(ud-du)$
d	u	$\frac{1}{\sqrt{2}}(ud+du)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(ud-du)$
d	d	dd	
u	s	$\frac{1}{\sqrt{2}}(us+su)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(us-su)$
s	u	$\frac{1}{\sqrt{2}}(us+su)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(us-su)$
d	s	$\frac{1}{\sqrt{2}}(ds+sd)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(ds-sd)$
s	d	$\frac{1}{\sqrt{2}}(ds+sd)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(ds-sd)$
s	s	ss	
		simetrice	antisimetrice

In cazul unui sistem de 2 particule, exista 9 combinatii posibile care pot fi separate in 6 simetrice si 3 antisismetrice conform Tabelului 1.7.

Adaugarea unei a treia particule (*u*, *d* sau *s*) la cele doua existente va conduce la 27 combinatii, care pot fi separate dupa simetrie dupa cum urmeaza:

$$
\begin{aligned}
&3\otimes 3\otimes 3=(3\otimes 3)\otimes 3=9\otimes 3=\left(6\oplus \bar{3}\right)\otimes 3= \\
&=(6\otimes 3)\oplus\left(\bar{3}\otimes 3\right)=\left(10_S\oplus 8_{M,S}\right)\oplus\left(8_{M,A}\oplus 1\right)
\end{aligned}
\tag{1.45}
$$

Cele 10 stari simetrice sunt obtinute imediat prin extinderea celor din SU(2), iar starile de octet si singlet sunt tabelate.

Identificind *d*, *u* si *s* cu cele 3 tipuri de cuarci, starile rezultante se identifica cu barionii, si sunt aratate in Tabelul 1.8.

Tabelul 1.8

Reprezentari cu simetrie mixta pentru starile de octet si singlet

$\Phi_{M,S}$	$\Phi_{M,A}$	Φ_{A}
$\frac{1}{\sqrt{6}}\left[(ud+du)u-2uud\right]$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(ud-du)u$	$\frac{1}{\sqrt{6}}\left[s(du-ud)+(usd-dsu)-(du-ud)s\right]$
$-\frac{1}{\sqrt{6}}\left[(ud+du)d-2ddu\right]$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(ud-du)d$	
$\frac{1}{\sqrt{6}}\left[(us+su)u-2uus\right]$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(us-su)u$	
$\frac{1}{\sqrt{6}}\left[s\left(\frac{du+ud}{\sqrt{2}}\right)+\left(\frac{dsu+usd}{\sqrt{2}}\right)-2\left(\frac{du+ud}{\sqrt{2}}\right)s\right]$	$\frac{1}{\sqrt{2}}\left[\frac{dsu+usd}{\sqrt{2}}-s\frac{ud+du}{\sqrt{2}}\right]$	
$\frac{1}{\sqrt{6}}\left[(ds+sd)d-2dds\right]$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(ds-sd)d$	
$\frac{1}{\sqrt{2}}\left[\frac{dsu-usd}{\sqrt{2}}+s\frac{du-ud}{\sqrt{2}}\right]$	$\frac{1}{\sqrt{2}}\left[s\left(\frac{du-ud}{\sqrt{2}}\right)+\left(\frac{usd-dsu}{\sqrt{2}}\right)-2\left(\frac{du-ud}{\sqrt{2}}\right)s\right]$	
$-\frac{1}{\sqrt{6}}\left[(ds+sd)s-2ssd\right]$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(ds-sd)s$	
$-\frac{1}{\sqrt{6}}\left[(us+su)s-2ssu\right]$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(us-su)s$	

1.5.1 Mezonii

Daca restringem discutia la cuarcii usori u, d, s, atunci exista noua combinatii $q\overline{q}$. Exista noua combinatii pseudscalare si 9 vectoriale fundamentale reale. Observarea experimentala a nonetilor mezonici cu masa cea mai mica este o indicatie clara a existentei unei structuri $q\overline{q}$. Aceste afirmatii rezulta clar din tabelul de mai jos:

Tabelul 1.9
Continutul de cuarci, sarcina, straneitatea si exemple

$q\overline{q}$	Sarcina	Straneitate	Exemple	
$u\overline{d}$	+1	0	π^+	ρ^+
$d\overline{u}$	-1	0	π^-	ρ^-
$u\overline{u}$	0	0	π^0	ρ
$d\overline{d}$	0	0	η^0	ω
$s\overline{s}$	0	0	η'^0	Φ
$u\overline{s}$	+1	+1	K^+	K
$d\overline{s}$	0	+1	K^0	K^{*+}
$\overline{u}s$	-1	-1	K^-	K^{*-}
$\overline{d}s$	0	-1	K^0	K^{*0}

In SU(2) exista doua combinatii neutre: $u\overline{u}$ si $d\overline{d}$. Combinatia cu $I = 0$ este realizata ca $u\overline{u} + d\overline{d}$ pe cind $I = 1$ corespunde la $-u\overline{u} + d\overline{d}$. Ratiunea pentru aceste faze rezulta din aceea ca dubletul ($\overline{d}$, $-\overline{u}$) se transforma ca (d, u). Starea $I = 1$ cu $I_z = 0$ in $(u,d)\otimes(u,d)$ este:

$$\left|I = 1,\ I_z = 0\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(ud + du) \tag{1.46a}$$

si atunci din $(u,d)\otimes(\overline{d},-\overline{u})$ se obtine

$$\left|I = 1,\ I_z = 0\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-u\overline{u} + d\overline{d}\right) \tag{1.46b}$$

Combinatia ortogonala cu I = 0 este chiar urma:

$$\Phi^+\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-u\overline{u} + d\overline{d}\right) \tag{1.47}$$

In SU(3), cuarcii s si $\overline{s}$ au izospinul I = 0 si $s\overline{s}$ poate intra in aceiasi structura impreuna cu combinatia izoscalara $u\overline{u} + d\overline{d}$ dar nu poate intra in combinatia izovectoriala $d\bar{d}-u\bar{u}$. In consecinta, singletul din SU(2) este generalizarea singletului cu I = 0 din SU(3), si, in consecinta:

$$|1,1\rangle=\frac{1}{\sqrt{3}}\left(u\bar{u}+d\bar{d}+s\bar{s}\right) \tag{1.48}$$

Pentru ca combinatia izovectoriala nu contine perechea $s\bar{s}$, atunci:

$$|8,3\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(d\bar{d}-u\bar{u}\right) \tag{1.49}$$

Cea de-a treia combinatie posibila intre $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$, ortogonala pe celelalte doua, este:

$$|8,1\rangle=\frac{1}{\sqrt{6}}\left(u\bar{u}+d\bar{d}-2s\bar{s}\right) \tag{1.50}$$

Identificarea acestor stari cu particule conduce la:

$$\begin{aligned}|8,3\rangle &\equiv \pi^0,\rho^0\\ |8,1\rangle &\equiv \eta_8,\omega_8\\ |1,1\rangle &\equiv \eta_1,\omega_1\end{aligned} \tag{1.51}$$

Particulele reale asociate cu octetul si cu singletul trebuie sa fie un amestec intre starile respective.

Astfel, particulele reale ω si Φ presupuse ca un "amestec ideal", apar:

$$\Phi\equiv s\bar{s}=\frac{1}{\sqrt{3}}\omega_1-\sqrt{\frac{2}{3}}\omega_8 \tag{1.52}$$

$$\omega\equiv\frac{1}{\sqrt{2}}\left(u\bar{u}+d\bar{d}\right)=\sqrt{\frac{1}{3}}\omega_1+\sqrt{\frac{1}{3}}\omega_8 \tag{1.53}$$

Revenind la starile

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left|u\bar{d}\pm\bar{d}u\right\rangle$$

si tinind seama de ordonarea constituentilor, aceste doua stari sunt definite dupa paritatea G, definita astfel:

$$G\equiv Ci\tau_2\equiv C\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix} \tag{1.54}$$

unde C este operatia de conjugare de sarcina, pentru ca:

$$u \xrightarrow{G} \bar{d} \xrightarrow{G} -u$$

$$d \xrightarrow{G} -\bar{u} \xrightarrow{G} -d$$

Prin aplicarea operatorului G, se obtine:

$$G\Phi_S = G\left|u\bar{d} + \bar{d}u\right\rangle \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\bar{d}u - u\bar{d}\right) \equiv -\Phi_S$$
$$G\Phi_A = G\left|u\bar{d} - \bar{d}u\right\rangle \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\bar{d}u + u\bar{d}\right) \equiv +\Phi_A \qquad (1.55)$$

De exemplu, pentru π^+, care este particula cu structura simetrica, G = -1, in timp ce pentru ρ^+ , antisimetrica, $G = +1$.

In consecinta, partenerii lor neutri sunt:

$$\pi^0: \quad \frac{1}{2}\left[\left(d\bar{d} - u\bar{u}\right) + \left(d\bar{d} - u\bar{u}\right)\right] \to \Phi_S \qquad (1.56a)$$

$$\rho^0: \quad \frac{1}{2}\left[\left(d\bar{d} - u\bar{u}\right) - \left(d\bar{d} - u\bar{u}\right)\right] \to \Phi_A \qquad (1.56b)$$

si starile proprii de conjugare de sarcina pentru acestea sunt:

$$C\Phi_S^0 = +\Phi_S^0$$
$$C\Phi_A^0 = -\Phi_A^0 \qquad (1.57)$$

Cum putem construi mezonii?

Daca am presupune ca cuarcii si anticuarcii sunt fara spin, un sistem $q\bar{q}$ aflat in starea relativa S va forma un mezon cu spinul zero si paritate pozitiva, care in consecinta este un mezon scalar. Daca q si $\bar{q}$ se gasesc intr-o stare relativa P, atunci formeaza un mezon vectorial. Starea de unda relativa D va conduce la un mezon tensorial.

Este de asteptat ca starea de unda S sa fie cea cu energia cea mai joasa, si atunci pot considera ca momentul mezonilor scalari va fi cel mai jos in spectru, cei vectoriali sunt de asteptat sa fie mai grei (J = 1), iar mezonii in unda D, cu J=2, cu masa mai mare decit a. celorlalti.

In natura se constata insa ca mezonii vectoriali au masele comparabile sau chiar mai mici decit ale mezonilor scalari.

Mezonii cu masele cele mai mici sunt cei pseudoscalari ($J^P = 0^-$), si aceste stari nu ar putea fi obtinute in mod natural daca cuarcii ar fi constituenti scalari. In consecinta, solutia naturala care deriva de aici este de a considera cuarcii ca avind spinul 1/2. In aceasta fenomenologie, nonetii cu masa cea mai joasa sunt cei pseudoscalari si cei vectoriali, pentru care starea relativa a celor doi cuarci este starea de unda S, dar pentru care cuplajul spinilor conduce la spinul total 0, respectiv 1.

Functiile de unda de spin si proprietatile lor de simetrie sunt caracterizate de grupul SU(2) si pot fi gasite imediat din tabelul 1.9. Notatiilor u si d le putem face sa corespunda starile de spin $\uparrow\downarrow$. Observam existenta a trei functii de unda de triplet de spin (simetrica):

$$\chi_S:\ \uparrow\uparrow,\ \downarrow\downarrow,\ \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\uparrow\downarrow+\downarrow\uparrow\right) \tag{1.58a}$$

si a uneia de singlet de spin (antisimetrica), χ_A:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\uparrow\downarrow-\downarrow\uparrow\right) \tag{1.58b}$$

Combinind aceste doua functii de unda cu cele provenind din structura de cuarci din SU(3), Φ_A si Φ_S, vor exista urmatoarele posibilitati pentru functia de unda totala ($\Phi\chi$) rezultata din schimbarea indicilor:

- Stari simetrice: $\Phi_S\chi_S$; $\Phi_A\chi_A$
- Stari antisimetrice: $\Phi_S\chi_A$ si $\Phi_A\chi_S$

Apare in mod clar ca sistemele cu numerele cuantice 0^-, 1^- corespund combinatiilor total antisimetrice; pentru starile neutre, din conjugarea de sarcina avem:

$$\Phi_S\chi_A=\left|c=+,S=0\right\rangle\sim\pi^0 \tag{1.59a}$$

$$\Phi_A\chi_S=\left|c=-,S=1\right\rangle\sim\rho^0 \tag{1.59b}$$

Atunci, starile mezonice sunt:

$$\begin{gathered}\Phi_i^S\left|\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\uparrow\downarrow-\downarrow\uparrow\right)\right\rangle\\ \Phi_i^A\left|\uparrow\uparrow\right\rangle,\ \Phi_i^A\left|\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\uparrow\downarrow+\downarrow\uparrow\right)\right\rangle,\ \Phi_i^A\left|\downarrow\downarrow\right\rangle\end{gathered} \tag{1.60}$$

unde i =0 reprezinta starile de singlet, si i = 1, 2, ..., 8 pe cele de octet.

Reprezentarile $q\bar{q}$ au paritate G explicita, asa dupa cum se poate vedea din Tabelul 1.10.

Pentru toate aceste stari, relatia:

$$G=C\cdot(-1)^I$$

este verificata.

Tabelul 1.10
Reprezentarile mezonice cu structura de simetrie precizata

$\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{s} \pm \bar{s}u)$	$K^{+}(K^{+}*)$
$\frac{1}{\sqrt{2}}(d\bar{s} \pm \bar{s}d)$	$K^{0}(K^{0}*)$
$-\frac{1}{\sqrt{2}}(s\bar{u} \pm \bar{u}s)$	$K^{-}(K^{-}*)$
$-\frac{1}{\sqrt{2}}(s\bar{d} \pm \bar{d}s)$	$\bar{K}^{0}(\bar{K}^{0}*)$
$\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{d} \pm \bar{d}u)$	π^{+},ρ^{+}
$-\frac{1}{\sqrt{2}}(d\bar{u} \pm \bar{u}d)$	π^{-},ρ^{-}
$\frac{1}{2}\left[(d\bar{d} - u\bar{u}) \pm (d\bar{d} - u\bar{u})\right]$	π^{0},ρ^{0}
$\frac{1}{2\sqrt{3}}\left[(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}) \pm (u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})\right]$	$\eta_{8}^{0}(\omega_{8}^{0})$
$\frac{1}{\sqrt{6}}\left[(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}) \pm (u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})\right]$	$\eta_{1}^{0}(\omega_{1}^{0})$

1.5.2 Barionii

Raminind in cadrul cuarcilor usori (u,s,d), in reprezentarea fundamentala SU(3), si combinind cu SU(2) pentru spin $(\uparrow\downarrow)$, in SU(6) $\supset$ SU(3) $\otimes$ SU(2), se obtine reprezentarea fundamentala, 6 dimensionala: $u\uparrow$, $d\uparrow$, $s\uparrow$, $u\downarrow$, $d\downarrow$, $s\downarrow$.

Pentru mezonii 0^{-} si 1^{-}, nonetii din SU(3) fac in acest caz parte din reprezentarea SU(6): $6 \otimes \bar{6} = 35 \oplus 1$.

Produsul direct intre doua stari de simetrie este:

$\otimes$	S	M	A
S	S	M	A
M	M	S,M,A	M

(1.61)

In SU(3), barionii sunt grupati in reprezentarile 10_S, 8_M si 1_A, pe cind in SU(2) aceste stari sunt 4_S si 2_M.

In SU(6):

$$6\otimes 6\otimes 6 = 56\oplus 70\oplus 70\oplus 20 \tag{1.62a}$$

$$\left(\Box\otimes\Box\otimes\Box = \Box\Box\Box \oplus \begin{array}{l}\Box\Box\\ \Box\end{array} \oplus \begin{array}{l}\Box\Box\\ \Box\end{array} \oplus \begin{array}{l}\Box\\ \Box\\ \Box\end{array}\right) \tag{1.62b}$$

Descompunerea in subgrupuri SU(3) $\otimes$ SU(2) conduce la:

$$\begin{array}{lllllll}
S: & (10,4) & & +(8,2) & & & =56\\
M: & (10,2) & +(8,4) & +(8,2) & +(1,2) & & =70\\
A: & & & +(8,2) & & +(1,4) & =20
\end{array} \tag{1.63}$$

Atunci, reprezentarile 56_S, $70_{M,S}$, $70_{M,A}$, si 20_A sunt singurele posibile.

Putem acum stabili functiile de unda in modelul cuarc pe baza continutului SU(3) si SU(2).

De exemplu, consideram $\Delta^+(uud)$ cu $S_z = 1/2$ ($\uparrow\uparrow\downarrow$). Functia de unda SU(6) fiind total simetrica, este:

$$\begin{aligned}&\frac{1}{3}[u\uparrow u\uparrow d\downarrow + u\uparrow d\uparrow u\downarrow + d\uparrow u\uparrow u\downarrow + u\uparrow u\downarrow d\uparrow + u\uparrow d\downarrow u\uparrow +\\ &+ d\uparrow u\downarrow u\uparrow + u\downarrow u\uparrow d\uparrow + u\downarrow d\uparrow u\uparrow + d\downarrow u\uparrow u\uparrow]\end{aligned} \tag{1.64}$$

Descompunerea in SU(3) $\otimes$ SU(2) este:

$$\frac{1}{\sqrt{3}}(uud + udu + duu)\frac{1}{\sqrt{3}}(\uparrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow) \tag{1.65}$$

unde cuarcii sunt ordonati dupa pozitie, si sunt considerate toate combinatiile posibile.

Considerind un set complet de functii de unda in SU(3):. Φ, si toate combinatiile de spin in SU(2), χ, se obtin urmatoarele posibilitati (Tabelul 1.11).

Daca reprezentarea 56 este cea mai joasa din spectrul barionilor, atunci corelarea pentru $J = 1/2$ cu octetul si nu cu decupletul barionic este naturala, la fel ca si absenta starii de singlet si a structurii de nonet pentru familia nucleonului.

Tabelul 1.11
Structurile de simetrie pentru multipletii barionici

S:	$\Phi_S \chi_S \equiv (10,4)$		
	$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\Phi_{M,S}\chi_{M,S} + \Phi_{M,a}\chi_{M,A}\right) \equiv (8,2)$		
M_S	$\Phi_S \chi_{M,S} \equiv (10,2)$	M_A	$\Phi_S \chi_{M,A} \equiv (10,2)$
	$\Phi_{M,S}\chi_S \equiv (8,4)$		$\Phi_{M,A}\chi_S \equiv (8,4)$
	$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\Phi_{M,S}\chi_{M,S} + \Phi_{M,a}\chi_{M,A}\right) \equiv (8,2)$		$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\Phi_{M,S}\chi_{M,A} + \Phi_{M,A}\chi_{M,S}\right) \equiv (8,2)$
	$\Phi_A \chi_{M,A} \equiv (1,2)$		$\Phi_A \chi_{M,S} \equiv (1,2)$
A:	$\Phi_A \chi_S \equiv (1,4)$		
	$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\Phi_{M,S}\chi_{M,A} - \Phi_{M,A}\chi_{M,S}\right) \equiv (8,2)$		

Pentru starile cu masa in regiunea 1500 - 1700 MeV, paritatea negativa sugereaza apartenenta la 70-plet. Acestea sunt:

$$\begin{aligned} &(10,2)\frac{1}{2}^-,\frac{3}{2}^-;\\ &(8,2)\frac{1}{2}^-,\frac{3}{2}^-;\\ &(8,4)\frac{1}{2}^-,\frac{3}{2}^-,\frac{5}{2}^-;\\ &(1,2)\frac{1}{2}^-,\frac{3}{2}^-; \end{aligned} \tag{1.66}$$

1.6 Excitatiile orbitale pentru barioni si mezoni

Presupunem o stare hadronica formata de simplul cuplaj intre spinii cuarcilor constituenti, cu spinul S. Considerind cuarcii intr-un potential, de exemplu intr-un potential de oscilator, atunci putem presupune aparitia unui moment cinetic L.

Conservarea momentului cinetic, adica invarianta la rotatie in spatiul 3-dimensional necesita o structura grupala de tip O(3).

Intr-un potential, structura grupala de simetrie totala este atunci SU(6) ⊗ O(3). Cuplajul $L \oplus S = J$ genereaza momentul cinetic total al sistemului, care se identifica cu hadronul format.

Exista o regula care afirma ca pentru starile barionice exista numai reprezentari de tipul $(SU(6) \otimes O(3))_{simetrice}$. Acesta este asa numitul model de cuarc "simetric" pentru starile SU(6) ⊗ O(3).

Multipletul 56 este cel mai jos, si semnul paritatii este alternat la cresterea in masa.

Presupunem ca toti cei 3 cuarci sunt in stare (1S) intr-un potential de oscilator armonic. O stare O(3) poate fi reprezentata prin:

$$(1s)(1s)(1s) \equiv (1s)^3 \to L^P = 0^+ \tag{1.67}$$

si este evident ca aceasta este o stare simetrica la inversarea oricarei perechi din cele trei. In acest exemplu, starea $(1s)^3$ in O(3) este simetrica S, si starea corespunzatoare din SU(6) este de asemenea S (facind parte din multipletul 56), si atunci aceasta este cea mai joasa stare a spectrului.

Multipletul 56 contine atit barionii Δ cu $S = 3/2$, cit si N cu $S = 1/2$. Pentru ca starea fundamentala are $L = 0$ si atunci prin conventie paritate pozitiva, starile cele mai joase ale spectrului cu SU(3) cu spin sunt:

$$10:\ J^P = \frac{3}{2}^+ \tag{1.68a}$$

$$8:\ J^P = \frac{1}{2}^+ \tag{1.68b}$$

Acestea sunt consecinte directe ale restrictiilor, pentru starile $(SU(6) \otimes O3))_{simetrice}$.

Daca unul dintre cuarci este excitat din starea (1s) in starea (1p), atunci starile O(3) devin

$$(1s)(1s)(1p) = (1s)^2(1p) \to L^P = 1^- \tag{1.69}$$

Pentru ca una dintre stari difera de cealalta, se pot forma atit stari simetrice cit si stari O(3) cu simetrie mixta.

Exemplu:

Pentru o stare $(1s)^3$, functia de unda ce exprima aceasta stare este $\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)$, cu coordonatele $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3$ masurate fata de origine si simerice.

O stare $(1s)^2(1p)$ poate fi descrisa de functiile de unda $r_1\Psi'_1$, $r_2\Psi'_2$ sau $r_3\Psi'_3$ depinzind de care cuarc este excitat, starile de simetrie mixta fiind atunci::

$$\Psi'_{M,A} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\Psi' \tag{1.70a}$$

$$\Psi'_{M,S} \equiv \frac{1}{\sqrt{6}}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2 - 2\vec{r}_3)\Psi' \tag{1.70b}$$

iar cea simetrica este :

$$\Psi_S = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3\right)\Psi. \qquad (1.70c)$$

Cu un singur cuarc excitat, nu se pot forma functii de unda antisimetrice.

Daca alegem originea sistemului de coordonate sa coincida cu centrul de masa pentru sistemul de 3 cuarci, atunci: $\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 \equiv 0$, si starea Ψ_s este zero, existind numai stari de simetrie mixta pentru primul nivel excitat.

Multipletul 70 contine ca subgrupuri SU(3) reprezentarile 1, 8 si 10 cu spin total 1/2, si de asemenea un octet cu spinul 3/2.

Combinarea spinilor S = 1/2 sau 3/2 cu L = 1 conduce la starile finale cu paritati negative:

$$\begin{aligned}
&{}^2 10: \left(S = \frac{1}{2}\right) \oplus \left(L = 1\right) \rightarrow J^P = \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \\
&{}^2 8: \left(S = \frac{1}{2}\right) \oplus \left(L = 1\right) \rightarrow J^P = \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \\
&{}^4 8: \left(S = \frac{1}{2}\right) \oplus \left(L = 1\right) \rightarrow J^P = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \\
&{}^2 1: \left(S = \frac{1}{2}\right) \oplus \left(L = 1\right) \rightarrow J^P = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}
\end{aligned} \qquad (1.71)$$

Reprezentarile de singlet sunt:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2}^- : S_{01} \quad \Lambda(1405) \\
&\frac{3}{2}^- : D_{03} \quad \Lambda(1520)
\end{aligned} \qquad (1.72)$$

In modelul de oscilator armonic pentru un sistem de trei cuarci, unele stari excitate sunt degenerate. De exemplu, starea $(1s)^2(1d)$ este degenerata cu starile $(1s)^2(2s)$ si $(1s)(1p)^2$. Asignarea rezonantelor barionice la multipletii din SU(6) este dificila si controversata. Versiunea acceptata in "Review of Particle Properties" este prezentata in Tab. 1.12.

Tabelul 1.12
Asignarea barionilor la multipleti SU(6) (dupa "Review of Particle Properties")

J^P	$(B,\ L_N^P)$	S	Membrii octetului				Singleti
$\frac{1}{2}^+$	$(56,\ 0_0^+)$	1/2	$N(939)$	$\Lambda(1116)$	$\Sigma(1193)$	$\Xi(1318)$	
$\frac{1}{2}^+$	$(56,\ 0_2^+)$	1/2	$N(1440)$	$\Lambda(1600)$	$\Sigma(1660)$	?	
$\frac{1}{2}^-$	$(70,\ 1_1^-)$	1/2	$N(1535)$	$\Lambda(1670)$	$\Sigma(1620)$	?	$\Lambda(1405)$
$\frac{3}{2}^-$	$(70,\ 1_1^-)$	1/2	$N(1520)$	$\Lambda(1690)$	$\Sigma(1670)$	$\Xi(1820)$	$\Lambda(1520)$
$\frac{1}{2}^-$	$(70,\ 1_1^-)$	3/2	$N(1650)$	(1800)	(1750)	?	
$\frac{3}{2}^-$	$(70,\ 1_1^-)$	3/2	$N(1700)$	?	?	?	
$\frac{5}{2}^-$	$(70,\ 1_1^-)$	3/2	$N(1675)$	$\Lambda(1830)$	$\Sigma(1775)$	?	
$\frac{1}{2}^+$	$(70,\ 0_2^+)$	1/2	$N(1710)$	(1810)	(1880)	?	?
$\frac{3}{2}^+$	$(56,\ 2_2^+)$	1/2	$N(1720)$	(1890)	?	?	
$\frac{5}{2}^+$	$(56,\ 2_2^+)$	1/2	$N(1680)$	$\Lambda(1820)$	$\Sigma(1915)$	$\Xi(2030)$	
$\frac{7}{2}^-$	$(70,\ 3_3^-)$	1/2	$N(2190)$	?	?	?	$\Lambda(2100)$
$\frac{9}{2}^-$	$(70,\ 3_3^-)$	3/2	$N(2250)$	?	?	?	
$\frac{9}{2}^+$	$(56,\ 4_4^+)$	1/2	$N(2220)$	$\Lambda(2350)$	?	?	
			Membrii decupletului				
$\frac{3}{2}^+$	$(56,\ 0_0^+)$	3/2	$\Delta(1232)$	$\Sigma(1385)$	$\Xi(1530)$	$\Omega(1672)$	
$\frac{1}{2}^-$	$(70,\ 1_1^-)$	1/2	$\Delta(1620)$	?	?	?	
$\frac{3}{2}^-$	$(70,\ 1_1^-)$	1/2	$\Delta(1700)$	?	?	?	
$\frac{5}{2}^+$	$(56,\ 2_2^+)$	3/2	$\Delta(1905)$	?	?	?	
$\frac{7}{2}^+$	$(56,\ 2_2^+)$	3/2	$\Delta(1950)$	$\Sigma(2030)$	?	?	
$\frac{11}{2}^+$	$(56,\ 4_4^+)$	3/2	$\Delta(2420)$	?	?	?	

Pentru sisteme legate de fermioni-antifermioni, starea proprie de paritate este:

$$P = (-1)^{L+1} \tag{1.73a}$$

Conjugarea de sarcina aplicata la sisteme neutre, caracterizate prin moment orbital L si spin total S este:

$$C = (-1)^{L+S} \tag{1.73b}$$

Aplicate la sisteme $q\bar{q}$ pentru sisteme cu $S = 1$, $CP = +$, iar pentru $S = 0$, $CP = -$.

In cazul sistemelor cu $S = 0$, momentul cinetic total este egal cu momentul cinetic orbital, $J = L$, si atunci:

$$C = (-1)^J = -P \tag{1.73'}$$

astfel ca secventa de numere cuantice normale este:

$$J^{PC} = 0^{-+},\ 1^{+-},\ 2^{-+},\ \ldots \tag{1.74}$$

Nu pot fi formate stari caracterizate prin $CP = -$ cu:

$$P = (-1)^J = -C \tag{1.73''}$$

astfel ca $J^{PC} = 0^{+-}$, 1^{-+}, 2^{+-} reprezinta o secventa de stari "exotice" nenaturale in modelul cuarc comun.

Un tabel complet de combinatii posibile ale numerelor cuantice $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$, P si C pentru mezoni ca stari $q\bar{q}$ in modelul cuarc este indicat mai jos (Tabelul 1.13).

Tabelul 1.13
J^{PC} pentru mezonii $q\bar{q}$

	$S = 0$	$S = 1$
$L = 0$	0^{-+}	1^{--}
$L = 1$	1^{+-}	0^{++}
		1^{++}
		2^{++}
$L = 2$	2^{-+}	1^{--}
		2^{--}
		3^{--}

Nonetii cu $L = 0$ sunt bine stabiliti. Situatia devine ambigua pentru cei cu $L \geq 1$. O asignare posibila este prezentata in Capitolul 4.

In cazul sistemelor $q\bar{q}$ si qqq, pentru $L > 0$, se manifesta interactia spin - orbita intre cuarci. In esenta, in cazul in care consideram ca interactia se reduce numai la interactii biparticula, vor apare termeni de tipul:

$$\sum_{i,j} L_i S_j \tag{1.75}$$

care conduc la separari intre starile de masa caracterizate de aceleasi valori pentru L si S, dar cu J diferit.

Pentru ca $\vec{J} = \vec{L} \oplus \vec{S}$, atunci:

$$2L \cdot S \equiv J^2 - L^2 - S^2 \tag{1.76}$$

si atunci:

$$2\langle L \cdot S \rangle_{J,L,S} = J(J+1) - L(L+1) - S(S+1) \tag{1.77}$$

. Marimea $\langle L \cdot S \rangle$, pentru citeva stari de interes, este prezentata in Tabelul 1.14.

Tabelul 1.14
Valoarea lui $\langle L \cdot S \rangle$

J^{PC}	0^{++}	1^{++}	1^{+-}	2^{++}
$\langle L \cdot S \rangle$	-2	-1	0	1

In lipsa introducerii unui potential de interactie nu se poate fixa despicarea spin-orbita, dar considerind-o a avea valoarea Δm, se pot face o serie intreaga de predictii. Astfel:

$$\Delta m\left(2^{++} - 1^{++}\right) = 2\Delta m\left(1^{++} - 0^{++}\right) \tag{1.78}$$

Considerind numai contributia datorata interactiei spin - orbita, pentru starile discutate secventa este in mare cea indicata in Tab. 1.14.

Existenta in plus a interactiei $\vec{S} \cdot \vec{S}$ poate modifica aceasta succesiune de cuarci, astfel ca situatia experimentala poate deveni confuza. Este posibil ca pentru mezonii cu J = 1 starile reale sa se aseze astfel:

$$0^{++}: a_0\,(980); \qquad 1^{+-}: b_1\,(1275), \qquad 1^{++}: a_1\,(1260); \qquad 2^{++}: a_2\,(1320) \tag{1.79a}$$

iar pentru cei cu I = 0 sa avem:

$$0^{++}: f_0\,(975); \qquad 1^{+-}: h_1\,(1170), \qquad 1^{++}: f_1\,(1285); \qquad 2^{++}: f_2\,(1270). \tag{1.79b}$$

Daca interactiile $\vec{S} \cdot \vec{S}$ si $\vec{L} \cdot \vec{S}$ provin din schimbul unui gluon vectorial intre cuarci, atunci potentialul care genereaza aceste interactii va avea o forma similara cu cel de la atomul de hidrogen, pe baza QED care se realizeaza prin schimbul uni foton.

In acest exemplu care ne este familiar, interactia $\vec{S} \cdot \vec{S}$ este o interactie de contact, de forma

$$S_i \cdot S_j \cdot \delta\left(\vec{r}_i - \vec{r}_j\right) \tag{1.80a}$$

si o alta forma tensoriala:

$$S_i \cdot S_j - \frac{3S_i r S_j r}{|r|^2} \tag{1.80b}$$

In unda S:

$$\left\langle S_i \cdot S_j \right\rangle = 3\left\langle S_i \cdot r S_j \cdot r / r^2 \right\rangle, \tag{1.81}$$

si in continuare contributia sa este absenta, despicarea hiperfina datorindu-se numai termenului de contact.

Dar, pe de alta parte, interactia de contact contribuie numai in unda S, datorita prezentei functiei $\delta(r)$, caci, pentru momente cinetice mai mari functia de unda este proportionala cu $|r|^2$, si practic efectul intearctiei de contact spin - spin este zero.

Din punct de vedere spectroscopic, la limita, pentru mezonii cu $L = 0$, interactia tensoriala este mica sau absenta, iar contributia interactiei de contact apare numai in unda S.

Pentru barionii cu $L = 1$, situatia este mult mai complicata. In SU(3), barionii se gasesc in reprezentarile 1, 8 si 10. Starile $^4 8$ sunt de masa mai mare decit $^2 8$, datorita fortei de interactie $\vec{S} \cdot \vec{S}$ care urca starile cu spinul $S = 3/2$ fata de cele cu $S = 1/2$, similar cu situatia care apare in cazul despicarii intre Δ si N pentru cazul $L = 0$.

Sa exemplificam cu cazul **multipletului 70 din SU(6),** cu $L = 1$. Fortele $\vec{S} \cdot \vec{S}$ produc despicarea starilor cu $S = 1/2$ si 3/2. Separarea starilor 1, 8 si 10 este rezultatul unei forte dependente de izospin. Daca aceste forte se manifesta intre doi cuarci i si j, fiind de forma $F_i \cdot F_j$ (unde $F_{i,j}$ sunt generatorii grupului SU(3)), atunci $F_i \cdot F_j$ poate fi calculata analog produsului intre operatorii de spin, astfel incit:

$$2\left\langle F_{(i)} \cdot F_{(j)} \right\rangle \equiv F^2_{(i+j)} - F^2_{(i)} - F^2_{(j)} \tag{1.82}$$

Valorile proprii pentru F^2 sunt operatorii Casimir ai grupului, si depind de reprezentare. Pentru cazurile de interes practic, valorile proprii sunt:

1: $F^2 = 0$;   8: $F^2 = 3$;   10: $F^2 = 6$,

pe cind pentru cuarci in reprezentarea 3, $F^2 = 4/3$.

Atunci, valorile asteptate pentru $2\left\langle F_{(i)} \cdot F_{(j)} \right\rangle$ sunt:

- pentru reprezentarea de singlet 1: $0 - \frac{8}{3} \equiv -\frac{8}{3}$

- pentru reprezentarea de singlet in multipletul de octet **8**:

$$3-\frac{8}{3}\equiv\frac{1}{3} \tag{1.83}$$

- pentru reprezentarea de singlet in reprezentarea **10**:

$$6-\frac{8}{3}\equiv\frac{10}{3}$$

indicind o distanta egala intre despicarile dintre reprezentarile 1, 8 si 10.

In Fig. 1.4 sunt reprezentate aceste despicari

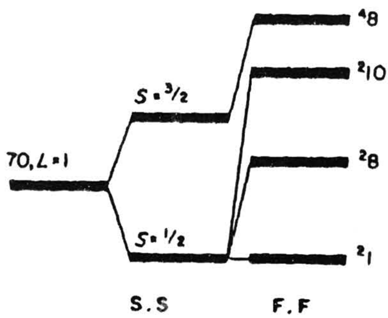


Fig. 1.4

- Multipletul barionic 70,cu $L = 1$. Sunt aratate despicarile datorate interactiilor $F{\cdot}F$ si $S{\cdot}S$

Masele medii pentru acesti multipleti sunt:
1: 1570 MeV
2: 1680 MeV
10: 1800 MeV

evaluate considerind ca N si Δ apartin multipletilor 8 si 10 si adaugind circa 150 MeV pentru ficare unitate de straneitate prin comparatie cu valoarea masei pentru singletul Λ.

Interactia de izospin a fost introdusa ad-hoc. O cale naturala de a realiza acest lucru este de a apela la analogia cu interactia de contact din cazul spinului.

In cadrul fiecarui multiplet, despicarea dintre starile cu valori diferite pentru J se datoreste fortelor de intearctie.spin - orbita ($L{\cdot}S$). De exemplu, **in cazul octetului cu spinul 3/2, (^{4}8)**, despicarile spin-orbita sunt listate in Tabelul 1.15.

Tabelul 1.15
Despicarile spin orbita pentru octetul cu $S = 3/2$

J	5/2	3/2	1/2
$\langle LS \rangle$	3	- 2	-5

si acest tabel ne sugereaza ordonarea starilor:

$$\frac{1}{2}^- , \frac{3}{2}^- , \frac{5}{2}^- \quad (1.84)$$

Experimental, ordinea pare a fi alta, starile $\frac{1}{2}^-$, $\frac{3}{2}^-$ sunt comparabile si chiar mai grele decit $\frac{5}{2}^-$ (vezi Tabelul 1.16)

Tabelul 1.16
Masele starilor din multipletul 70

70	$J = 1/2^-$	$S = 3/2$	$N\,(1650)$	$\Lambda\,(1800)$	$\Sigma\,(1750)$	$\Xi\,(?)$
	$J = 3/2^-$	$S = 3/2$	$N\,(1700)$	$\Lambda\,(?)$	$\Sigma\,(?)$	$\Xi\,(?)$
	$J = 5/2^-$	$S = 3/2$	$N\,(16750)$	$\Lambda(1725)$	$\Sigma\,(1775)$	$\Xi\,(?)$

O situatie similara apare si in **cazul multipletului ^{2}8,** in care $\frac{1}{2}^-$ ar putea fi mai joase decit $\frac{3}{2}^-$ (Tabelul 1.17)

Tabelul 1.17
Masele starilor din multipletul ^{2}8.

70	$J = 1/2^-$	$S = 3/2$	$N\,(1535)$	$\Lambda\,(1670)$	$\Sigma\,(1620)$	$\Xi\,(?)$
	$J = 3/2^-$	$S = 3/2$	$N\,(1520)$	$\Lambda\,(1690)$	$\Sigma\,(1670)$	$\Xi\,(?)$

Pentru singletul ^{2}**1**, barionul cu spinul total $\frac{3}{2}^-$ este mai greu decit cel cu spinul $\frac{1}{2}^-$: este vorba despre Λ (1520) si Λ (1405).

O explicatie posibila a acestei situatii ar putea fi gasita daca se considera ca partea de intractie tensoriala in cazul barionilor este data de o forta de tipul:

$$F_i F_j - \frac{3F_i r F_j r}{r^2} \quad (1.85)$$

si nu este neglijabila.

In particular, starile cu acelasi J si apartinind multipletilor ^{2}8 si ^{4}8 trebuie sa se amestece.

Capitolul 2

Culoarea si despicarile hiperfine in spectroscopia hadronilor

2.1 Singletul de culoare pentru hadroni

Daca cuarcii poarta numarul cuantic de culoare, atunci reprezentarea de triplet exprima reprezentarea pentru tripletul fundamental al grupului de culoare SU(3). Structurile formate de mai multi cuarci / anticuarci vor apartine din punctul de vedere al culorii unor reprezentari asa cum este aratat mai jos:

q :	3
$q\bar{q}$:	$3\otimes\bar{3}=1\oplus 8$
qq:	$3\otimes 3=6\oplus\bar{3}$
$qq\bar{q}$:	$3\otimes 3\otimes\bar{3}=3\oplus\bar{6}\oplus\bar{3}\oplus 15$
qqq:	$3\otimes 3\otimes\bar{3}=1\oplus 8\oplus 8\oplus 10$

Dintre aceste combinatii, numai $q\bar{q}$ si qqq contin singleti SU(3) de culoare. Daca numai singletii de culoare au masele cele mai joase, atunci este usor de inteles ca numai $q\bar{q}$ si qqq apar in natura, pe cind q, qq, $qq\bar{q}$, .. nu apar.

Analogie cu fizica nucleara: Pentru doi nucleoni, in functie numai de izospin, combinatiile posibile sunt: nn, pp, np. Dintre acestea, starile np trebuie antisimetrizate. Dintre cele 4 stari posibile, numai combinatia izoscalara de singlet SU(3), deuteronul, este legata. Energia de legatura a acestei stari si cresterea de energie pentru starile $I=1$ reprezinta o consecinta a schimbului de izospin intre nucleoni. Analog, schimbul de gluoni colorati intre cuarci apare intre starile cele mai joase de singleti colorati.

Interactiile electromagnetice in hidrogen sunt proportionale cu sarcinile e_1 si e_2 ale electronului si protonului. Acest produs este negativ, si hidrogenul este legat. Prin analogie, schimbul de izospin intre doi fermioni este:

$$H_i \sim \vec{I}_1 \cdot \vec{I}_2 \tag{2.1}$$

Valoarea medie a izospinului a doua particule, de izospin I_1 si I_2, rezultata din interactie, este:

$$2\vec{I}_1 \cdot \vec{I}_2 \equiv \left(\vec{I}_1 + \vec{I}_2\right)^2 - \vec{I}_1^2 - \vec{I}_2^2 \tag{2.2}$$

deci:

$$\begin{aligned}\left\langle 2\vec{I}_1\vec{I}_2 \right\rangle &\equiv I_{tot}\left(I_{tot}+1\right) - I_1\left(I_1+1\right) - I_2\left(I_2+1\right) = \\ &= I_{tot}\left(I_{tot}+1\right) - \frac{1}{2}\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\frac{3}{2} = \\ &= \begin{cases} -3/2, & I_{tot}=0 \\ +1/2, & I_{tot}=1 \end{cases}\end{aligned} \tag{2.3}$$

In consecinta, pentru izospin zero, starea rezultanta este legata, pe cind pentru izospin unu starile sunt nelegate, si atunci starea cu izospin zero are masa mai joasa decit tripletul.

Prin similitudine, sa consideram schimbul de gluoni colorati intre cuarci colorati. In acest caz, interactia are forma:

$$H_i \sim \vec{F}_1\vec{F}_2 \tag{2.4}$$

cu $\vec{F} \equiv \vec{\lambda}/2$, matricea de culoare in SU(3), si folosind relatia (2.2), rezulta:

$$\left\langle 2\vec{F}_1\vec{F}_2 \right\rangle \equiv \lambda^2_{tot} - \lambda^2_q - \lambda^2_{\bar{q}} \equiv \lambda^2_{tot} - 2\lambda^2_q \equiv \lambda^2_{tot} - \frac{2}{3} \tag{2.5}$$

unde λ^2 este operatorul Casimir pentru SU(3), si are valoarea 4/3 pentru 3 sau $\bar{3}$, si valoarea 0 pentru singlet.

Pentru un sistem de N corpuri, hamiltonianul de interactie este:

$$H_i = \sum_{i \neq j} \vec{F}_1\vec{F}_2 \tag{2.6}$$

si in acest caz:

$$\langle H_i \rangle \to \lambda^2_{tot} - \frac{4}{3} N \tag{2.7}$$

Energia totala a sistemului de cuarci va avea o contributie provenind din masele cuarcilor, si o contributie din potentialul de schimb de gluoni:

$$E = Nm_q + V\langle \vec{F}_1 \vec{F}_2 \rangle \tag{2.8}$$

Atunci, introducind valorile asteptate ale interactiei provenind din gluoni colorati:

$$E = N\left(m_q - \frac{4}{3}V\right) + V\lambda^2_{tot} \tag{2.9}$$

Daca $m_q \to \infty$ atunci $V = \frac{3}{4} m_q \xrightarrow{m_\varepsilon \to \infty} \infty$, deci masa si potentialul cresc la fel.

Cerinta ca starea legata cuarc - anticuarc sa fie cu masa finita taie cresterea energiei datorita masei cuarcilor.

Energia sistemului provenind numai din culoare este, in consecinta

$$E = \frac{3}{4} \lambda^2_{tot} m_q \tag{2.10}$$

unde λ^2_{tot} este zero pentru starea de singlet de culoare si mai mare decit zero pentru orice stare de culoare diferita.

In consecinta, pentru orice stare care nu este de singlet de culoare, energia creste cu cresterea masei, si tinde la infinit pentru $m_q \to \infty$.

Revenind la scrierea potentialului, modificam forma acestuia la:

$$V = \frac{3}{4}\left(m_q - \varepsilon\right)$$

Atunci, energia sistemului va fi:

$$E = N\varepsilon + \frac{3}{4} \lambda^2_{tot} \left(m_q - \varepsilon\right) \tag{2.11}$$

In acest mod, starile care nu sunt singleti de culoare vor avea energie infinita, dar singletii de culoare vor avea energiile:

$$E = N\varepsilon \tag{2.12}$$

Fenomenologic, cantitatile ε sunt energiile efective ale cuarcilor in hadron ca "singleti de culoare", sau "masele efective" ale cuarcilor.

Se poate estima ca:

$\varepsilon_{u,d} \cong 350$ MeV; $\varepsilon_S \cong 500$ MeV; $\varepsilon_C \cong 1500$ MeV.

2.2 Explicarea despicarilor hiperfine ale hadronilor cu ajutorul proprietatilor de culoare

In hadronii care sunt singleti de culoare, tinind seama de valoarea maselor efective pentru cuarci, (ε), este de asteptat ca masele mezonilor usori sunt de ordinul 700 MeV, iar masele barionilor de ordinul 1050 MeV, cind sistemele sunt in stare fundamentala.

In hidrogen, dependenta de spin sau magnetica a interactiei intre fermionii constituenti genereaza o contributie dependenta de spin la energia starii, si care se manifesta sub forma unei despicari hiperfine $^3S_1$ - $^1S_0$ a nivelelor.

In mod analog, includerea culorii in schimbul cuarc - gluon vectorial genereaza pentru despicarea spin - spin pentru mezoni si barioni un semn corect al despicarii, si o relativa corectitudine a valorii absolute a acesteia.

Mai intii vom arata ca in absenta culorii, despicarile relative pentru barioni si mezoni sunt nesatisfacatoare.

Pentru mezoni, interactia dependenta de spin are forma:

$$\left\langle 2\vec{S}_1\vec{S}_2 \right\rangle = S(S+1) - \frac{3}{2} \tag{2.13}$$

deci:

$$\Delta E_M = \begin{cases} -\Delta/2 & pt.\ 1^- \\ -3\Delta/2 & pt.\ 0^- \end{cases} \tag{2.14}$$

si atunci diferenta in masa intre mezonii pseudoscalari si vectoriali este 2Δ, unde Δ are dimensiuni de energie, a carei marime nu poate fi specificata in lipsa introducerii unui potential de interactie.

Pentru barioni,

$$\left\langle 2(\vec{S}_1\vec{S}_2 + \vec{S}_1\vec{S}_3 + \vec{S}_2\vec{S}_3) \right\rangle = \left\langle \left(\vec{S}_1 + \vec{S}_2 + \vec{S}_3\right)^2 - \vec{S}_1^2 - \vec{S}_2^2 - \vec{S}_3^2 \right\rangle = \\ = S(S+1) - \frac{9}{4} \tag{2.15}$$

deci:

$$\Delta E_M = \begin{cases} +3\Delta/2 & pt.\ \tfrac{3}{2}^+ \\ -3\Delta/2 & pt.\ \tfrac{1}{2}^+ \end{cases} \tag{2.16}$$

si atunci diferenta in masa intre barionii $\tfrac{3}{2}^+$ si $\tfrac{1}{2}^+$ este pozitiva si are valoarea 3Δ.

Empiric, despicarile barionilor sunt mai mici decit cele ale mezonilor!

A doua problema este semnul despicarii.
In hidrogen, interactia electromagnetica dipol - dipol se scrie:

$$H_{SS} \sim \vec{\mu}_1 \cdot \vec{\mu}_2 \sim -\frac{e_1 e_2}{m_1 m_2}\vec{S}_1\vec{S}_2 \tag{2.17}$$

Aici, e_1 si e_2 sunt sarcinile electrice ale particulelor, si atunci acestea dau taria cuplajului. Pentru doua particule identice, $e_1\ e_2 = e_1^2 > 0$, pe cind pentru particula - antiparticula $e_1\ e_2 = -e_1^2 < 0$.

Atunci, din (2.17) rezulta:

$E_{SS} \sim -\vec{S}_1\vec{S}_2$ pentru particula - particula (2.18)

si:

$E_{SS} \sim +\vec{S}_1\vec{S}_2$ pentru particula - antiparticula. (2.19)

Pentru acest motiv, ${}^3S_1$ are energie mai mare decit ${}^1S_0$ in hidrogen.

Prin analogie, interactia mediata de gluoni are forma:

$E_{SS} \sim -\vec{S}_1\vec{S}_2$ pentru q - q (2.20)

si

$E_{SS} \sim +\vec{S}_1\vec{S}_2$ pentru $q - \bar{q}$, (2.21)

si atunci pentru mezoni semnul este corect, dar pentru barioni se prezice ca starile $\frac{1}{2}^+$ sunt mai grele decit starile $\frac{3}{2}^+$.

Culoarea: Cuplajul intre cuarcii colorati intr-un singlet barionic de culoare are acelasi semn ca intre cuarcii si anticuarcii colorati, si reprezinta jumatate din marime, corespunzatoare perechii $q\bar{q}$

In cazul culorii, se introduce prin analogie "sarcina de culoare" in schimbul de gluoni colorati.

Valoarea asteptata este:

$$2\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right)^2 - \vec{F}_1^2 - \vec{F}_2^2 \tag{2.22}$$

Toti $q\bar{q}$ trebuie sa fie in stare de singlet de culoare

qq trebuie sa fie in stare de antitriplet de culoare $\bar{3}$, astfel incit din combinarea cu al treilea cuarc sa ajunga la singlet de culoare

Pentru **mezoni** in starea de singlet de culoare:

$$\left\langle 2\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 \right\rangle = 0 - \lambda^2_{(3)} - \lambda^2_{(\bar{3})} = -2\lambda^2 = -\frac{8}{3} \tag{2.23}$$

unde λ^2 este operatorul Casimir pentru un triplet sau antitriplet.

Pentru **barioni:**

$$\left\langle 2\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 \right\rangle = \lambda^2 - \lambda^2_{(3)} - \lambda^2_{(\bar{3})} = -\lambda^2 = -\frac{4}{3} \tag{2.24}$$

si atunci:

$$\left\langle 2\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 \right\rangle_{qq\ barioni} = \frac{1}{2}\left\langle 2\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 \right\rangle_{q\bar{q}\ mezoni} \tag{2.25}$$

In consecinta, apar urmatoarele efecte datorate culorii:

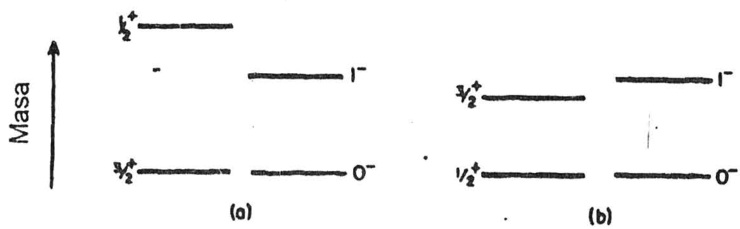


Fig. 2.1
Despicarea hiperfina a mezonilor si barionilor
a) fara introducerea numarului cuantic de culoare
b) cu numar cuantic de culoare

Capitolul 3

Despicarile maselor hadronilor

3.1 Despicarile in masa dependente de spin pentru barioni

3.1.1 Sistemul Δ - N

Rezonantele Δ si N sunt formate din 3 cuarci usori si daca toti sunt in unda S, spinii lor conduc la valorile 3/2 si 1/2. Separarea in masa de circa 300 MeV intre Δ si N ($m_\Delta \cong 1230$ - 1234 MeV, $\Gamma = 115$ - 125 MeV, $m_N \cong 939$ MeV) este interpretata ca o manifestare hiperfina in QCD. Aceasta despicare este proportionala cu produsul momentelor magnetice si culorii dintre cuarci:

$$H_{ss} = -c^2 \sum_{j \neq k} F_j F_k S_j S_k \,/\, \varepsilon_j \varepsilon_k \qquad (3.1)$$

unde F, S sunt operatori de culoare in SU(3) si de spin in SU(2), ε este o masura a masei efective pentru cuarc si c^2 este o constanta pozitiva de dimensiune *masa*^{3}, si care este o masura a acoperirii functiilor de unda.

In cele ce urmeaza, aceasta constanta, care da numai valoarea absoluta a despicarii, nu va intra in discutie. Daca consideram ca masa absoluta a cuarcilor u si d este aceiasi, $\varepsilon_u \equiv \varepsilon_d$, atunci despicarea in masa a sistemului Δ - N este:

$$H_{ss} = \frac{2c^2}{3\varepsilon_a^2}\left(S_1S_2 + S_2S_3 + S_1S_3\right) \qquad (3.2)$$

pentru ca $\langle F_i F_j \rangle = -\frac{2}{3}$ pentru orice j si k.

Sunt posibile unele artificii de calcul, astfel ca:

$$S_1S_2 + S_2S_3 + S_1S_3 \equiv \frac{1}{2}\left\{(S_1 + S_2 + S_3)^2 - S_1^2 - S_2^2 - S_3^2\right\} \tag{3.3}$$

si atunci, ca valori proprii:

$$S_1S_2 + S_2S_3 + S_1S_3 \equiv \frac{1}{2}\left\{S_t(S_t + 1) - \frac{9}{4}\right\} =$$

$$= \begin{cases} \frac{3}{4} \; pt. \; S_t = \frac{3}{2} \\ -\frac{3}{4} \; pt. \; S_t = \frac{1}{2} \end{cases} \tag{3.4}$$

unde S_t este spinul total al sistemului de 3 cuarci, cu valoarea proprie 3/2 daca toti spinii sunt paraleli, si respectiv 1/2 daca 2 sunt paraleli si unul antiparalel. In consecinta, despicarea va fi:

$$\Delta E_M \equiv \langle H_{ss} \rangle_{3/2^+ - 1/2^+} = \frac{c^2}{\varepsilon_u^2} \equiv \mu_u^2 \tag{3.5}$$

3.1.2 Sistemul Λ - Σ - Σ*

Daca inlocuim in Δ unul dintre cuarcii u sau d (notat q) cu unul straniu, cu charm sau bottom, notat i, atunci vom ajunge la sistemul $\Sigma_i^*(iqq)$. Pentru ca nucleonul are cuarci imperecheati, prin aceiasi inlocuire vom obtine si sistemele $\Sigma_i(iqq)$ si $\Lambda_i(iqq)$, dupa cum izospinul este $I = 1$ sau $I = 0$.

Particularizind pentru i = s (cuarcul straniu), vom obtine:

$\Sigma^*(sqq)$ (1385)
$\Sigma(sqq)$.(1993)
$\Lambda(sqq)$ (1115)

Efectul substitutiei se manifesta in: cresterea masei sistemului final cu circa 150 - 200 MeV, descresterea despicarii in masa intre $3/2^+$ si $1/2^+$ si ruperea simetriei dupa izospin in Λ ($I = 0$) si Σ ($I = 1$).

Empiric, aceasta substitutie poate fi inteleasa astfel:

$$\varepsilon_S \approx \varepsilon_u + (\varepsilon_S - \varepsilon_u) \cong \varepsilon_u + (150 \div 200)\ \text{MeV}$$

Cresterea masei efective duce la cresterea masei sistemului, simultan cu scaderea despicarii intre stari. Pe de alta parte, perechea nestranie in Λ trebuie sa fie in starea de spin 0, pe cind in Σ, in starea cu $S_{qq} = 1$, si incluzind cuplajul acestei perechi cu cuarcul straniu $\vec{S}_{qq} + \vec{S}_S$ apare evidenta diferenta in masa intre cele doua sisteme.

Intr-o tratare cantitativa, vom introduce termenul de hamiltonian corespunzator:

$$H_{SS} = -\sum_{j \neq k} F_j F_k S_j S_k \mu_j \mu_k \tag{3.6}$$

Pentru ca $\langle F_i F_j \rangle = -\frac{2}{3}$ pentru orice pereche de cuarci, rezulta:

$$H_{SS} = +\frac{2}{3}\sum_{j \neq k} \mu_j \mu_k S_j S_k \tag{3.7}$$

sau, considerind ca un cuarc este i (= s, c, b,...), si ceilalti doi cuarci sunt u sau d, rezulta:

$$\frac{3}{2} H_{SS} = \mu_q^2 S_2 S_3 + \mu_q \mu_i S_i (S_2 + S_3) \tag{3.8}$$

Putem evalua podusele dintre operatorii de spin. Astfel:

$$S_{tot} \equiv S_1 + S_2 + S_3 \qquad \Rightarrow$$

$$S_{tot}^2 \equiv S_1^2 + (S_2 + S_3)^2 + 2S_1(S_2 + S_3) \qquad \Rightarrow$$

$$2S_1(S_2 + S_3) = S_{tot}^2 - S_1^2 - S_2^2$$

deci:

$$\langle 2S_1(S_2 + S_3) \rangle = S_{tot}(S_{tot} + 1) - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + 1\right) - S_d(S_d + 1) \tag{3.9}$$

unde S_{tot} si S_d reprezinta spinul total pentru sistemele de 3 cuarci, respectiv de dicuarci:

$$S_d^2 \equiv (S_2 + S_3)^2 = S_2^2 + S_3^2 + 2S_2 S_3 \tag{3.10}$$

si atunci, ca valori proprii:

$$2\langle S_2 S_3 \rangle = S_d(S_d + 1) - 2\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + 1\right) \tag{3.11}$$

Despicarea energetica spin - spin este:

$$\frac{3}{2} E_{SS} = \mu_q^2 \left(\frac{S_d(S_d + 1)}{2} - \frac{3}{4} \right) + \frac{1}{2}\mu_q \mu_i \left(S_{tot}(S_{tot} + 1) + S_d(S_d + 1) - \frac{3}{4} \right) \tag{3.12}$$

In aceasta relatie, $S_{tot} \equiv 1/2$ pentru Σ si Λ, respectiv 3/2 pentru Σ^*, iar $S_d = 0$ pentru Λ si 1 pentru Σ si Σ^*. In consecinta obtinem:

- pentru Σ^*: $$\frac{3}{2} E_{SS} = \frac{1}{4}\mu_q^2 + \frac{1}{2}\mu_q \mu_i \tag{3.13}$$

- pentru Σ: $$\frac{3}{2}E_{ss} = \frac{1}{4}\mu_q^2 - \mu_q\mu_i \tag{3.14}$$

- pentru Λ: $$\frac{3}{2}E_{ss} = -\frac{3}{4}\mu_q^2 \tag{3.15}$$

Diferentele in masa intre stari sunt:

$$\begin{aligned} \Sigma_i^* - \Sigma_i &= \mu_q\mu_i \\ \Sigma_i - \Lambda_i &= \frac{2}{3}\mu_q\left(\mu_q - \mu_i\right) \end{aligned} \tag{3.16}$$

sau:

$$\frac{2\Sigma_i^* + \Sigma_i}{3} - \Lambda_i = \frac{2}{3}\mu_q^2 \tag{3.17}$$

relatie care este independenta de cuarcul greu *i*.

In cazul in care $i \equiv q$, regasim relatia anterioara $\Delta - N = \mu_q^2$.

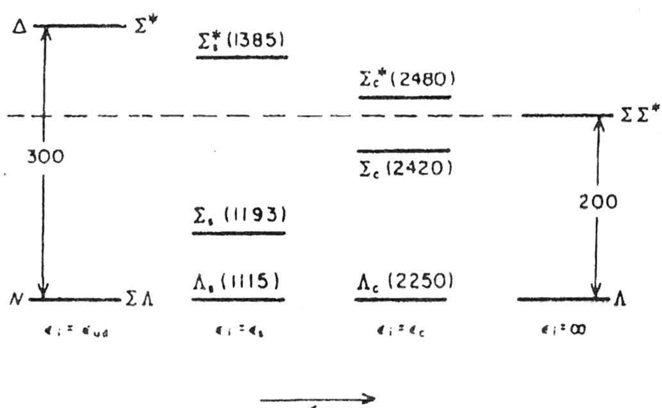


Figura 3.1
Despicarea hiperfina in sistemul ($\Lambda\Sigma\Sigma^*$) la cresterea lui ε, de la simetria exacta ($\varepsilon_i \equiv \varepsilon_{u,d}$) la infinit

Putem verifica rezultatele obtinute, comparindu-le cu masele cunoscute. Astfel:

$$\frac{\Sigma_i^* - \Sigma_i}{\Delta - N} = \frac{\mu_i}{\mu_q} \tag{3.18}$$

$$\frac{\Sigma_i - \Sigma_i}{\Delta - N} = \frac{3}{2}\,\frac{\mu_q - \mu_i}{\mu_q} \tag{3.19}$$

$$\frac{2\Sigma_i^* + \Sigma_i}{3} - \Lambda_i = \frac{2}{3}\left(\Delta - N\right) \text{ independent de } i \tag{3.20}$$

(experimental, $\frac{2\cdot 1385+1189}{3}-1115=\frac{2}{3}(1232-938)$, adica 171 MeV $\cong$ 196 MeV)

Daca $\varepsilon_s \approx \varepsilon_q$, atunci Σ_s si Λ_s sunt degenerate. Pentru $\varepsilon_c \to \infty$, Σ_c si Σ_c* vor deveni degenerate.

O reprezentare diagramatica a despicarilor hiperfine ale sistemului ($\Lambda\Sigma\Sigma$*) i functie de cresterea ε_i este reprezentata simbolic in Figura 3.1

Pentru cuarcii usori u si d, $\varepsilon_u = \frac{m_{proton}}{2.79} \cong 336$ MeV.

Din raportul intre $\frac{\Sigma_q^* - \Sigma_q}{\Delta - N}$, rezulta ca $\varepsilon_S \approx \frac{3}{2}\varepsilon_u = 510$ MeV, si in consecinta:

$\varepsilon_S - \varepsilon_u \approx 170$ MeV

Aceasta diferenta in masa este comparabila cu cea dintre membrii decupletului barionic, care presupun inlocuirea succesiva a cite unui cuarc usor cu unul straniu:

$\Delta^- - \Sigma^{*-} - \Xi^{*-} - \Omega^{-}$
(1232 - 1385 - 1530 - 1673) MeV
153 145 143 MeV

In SU(3), raportul intre momentele magnetice pentru Λ si p, in ipoteza maselor egale, conduce la:

$$\frac{\mu(\Lambda)}{\mu(p)} = -\frac{1}{3} \qquad \text{(experimental, } \cong -0{,}24 \pm 0{,}02\text{)}.$$

Introducerea diferentelor de masa intre cuarci are ca rezultat:

$$\frac{\mu(\Lambda)}{\mu(p)} = -\frac{1}{3}\frac{\varepsilon_q}{\varepsilon_S} = -\frac{1}{3}\frac{336}{570} = -0.22 \tag{3.21}$$

valoare care se apropie foarte mult de valorile experimentale.

Introducerea charmului conduce la sistemele Σ_c, Σ_c* si Λ_c; relatiile anterioare ramin valabile, dar implica $\varepsilon_c \geq 1.5$ GeV. Obtinem:

$$\frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_c} \approx \frac{336}{1500} \approx \frac{1}{5}$$
$$\frac{\varepsilon_S}{\varepsilon_c} \approx \frac{510}{1500} \approx \frac{1}{3} \tag{3.22}$$

si in consecinta

$$\frac{\mu_u}{\mu_C} \approx 5, \ \frac{\mu_S}{\mu_C} \approx 3 \tag{3.23}$$

conducind la:

$$(\Sigma^* - \Sigma)_C = \frac{\mu_C}{\mu_S}(\Sigma^* - \Sigma)_S \approx 60 \text{ MeV} \tag{3.24}$$

$$(\Sigma - \Lambda)_C = \frac{\mu_u - \mu_C}{\mu_u - \mu_S}(\Sigma - \Lambda)_S = \frac{1 - \dfrac{\mu_C}{\mu_u}}{1 - \dfrac{\mu_S}{\mu_u}}(\Sigma - \Lambda)_S \approx 2(\Sigma - \Lambda)_S \approx 160 \text{ MeV} \tag{3.25}$$

3.1.3 Sistemul Ξ-Ξ^* si Ω

Analiza sistemelor Ξ^*, Ξ presupune inlocuirea a doi cuarci usori cu doi grei: straniu cu charm sau bottom. Daca $i \neq s$, atunci sistemele Ξ_i^*, Ξ^i *(iiq)* reprezinta barionii familiari $\Xi_S(1320)$ si respectiv $\Xi_S^*(1530)$, pe cind $i \equiv c$ conduce la Ξ_{cc} si Ξ_{cc}^*.

Prin aplicarea relatiilor anterioare (3.16), rezulta:

$$\Sigma_i^* - \Sigma_i = \mu_q \mu_i \tag{3.26}$$

cu inversarea u $(d) \rightarrow s$ sau $q \rightarrow i$ se obtine:

$$\Xi_i^* - \Xi_i = \mu_i \mu_q \equiv \Sigma_i^* - \Sigma_i \tag{3.27}$$

pentru $i = s, c, b, \ldots$ relatie care este extrem de interesanta pentru ca naiv ne-am fi asteptat ca despicarile sa scada pe masura ce cuarcul i este mai greu.

Intreaga fenomenologie dezvoltata aici privitoare la masele barionilor poate fi sumarizata pentru octetul si decupletul barionilor .

Pentru aceasta vom porni de la masele cuarcilor u sau d (notate ε), iar cresterea de masa pentru cuarcul straniu este Δm; daca g este proportionala cu constanta de cuplaj cuarc - gluon, din ecuatiile:

(3.4) $$S_1 S_2 + S_2 S_3 + S_1 S_3 \equiv \frac{1}{2}\left\{S_t(S_t + 1) - \frac{9}{4}\right\} \text{ cu } S_t = 3/2 \text{ sau } 1/2,$$

(3.5) $$\Delta E = \frac{c^2}{\varepsilon^2} = \mu^2$$

(3.13 - 3.15) $$\frac{3}{2}\Delta E \begin{pmatrix} \Sigma^* \\ \Sigma \\ \Lambda \end{pmatrix} = \mu_q^2 \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ -\frac{3}{4} \end{pmatrix} + \mu_q \mu_i \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(3.27) $$\Xi_i^* - \Xi_i = \Sigma_i^* - \Sigma_i = \mu_i \mu_q$$

se obtin rezultatele grupate in Tabelul 3.1.

Tabelul 3.1
Masele pentru membrii octetului si decupletului

	8		10
N:	$3\varepsilon - g^2\mu_q^2$	Δ:	$3\varepsilon + g^2\mu_q^2$
Σ^0:	$3\varepsilon + \Delta m - \frac{1}{3}g^2\left(4\mu_q\mu_S - \mu_q^2\right)$	Σ^*:	$3\varepsilon + \Delta m + \frac{1}{3}g^2\left(2\mu_q\mu_S + \mu_q^2\right)$
Λ:	$3\varepsilon + \Delta m - \frac{1}{3}g^2\mu_q^2$	Ξ^*:	$3\varepsilon + \Delta m + \frac{1}{3}g^2\left(2\mu_q\mu_S + \mu_S^2\right)$
Ξ:	$3\varepsilon + 2\Delta m - \frac{1}{3}g^2\left(4\mu_q\mu_S - \mu_q^2\right)$	Ω:	$3\varepsilon + 3\Delta m + g^2\mu_q^2$

Daca $\Delta m = 0$, si $g = 0$, atunci toate particulele din cei doi multipleti vor fi degenerate, cu valoarea de $3\varepsilon \cong 1100$ MeV, ca in SU(6) (vezi Fig. 3.2 a).

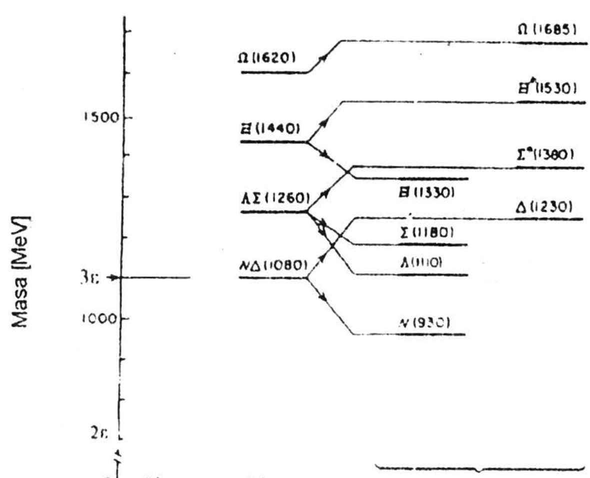


Figura 3.2
(a)Despicarea de masa in 56-pletul cu $L = 0$
(b) Masa cuarcului straniu conduce la despicari in patru nivele care difera prin stranecitate
(c) despicarea hiperfina separa nivelele $J = 3/2$ din reprezentarea **10** de cele $J = 1/2$ din reprezentarea **8**, si de asemenea Σ^0 de Λ

Introducerea diferentei in masa intre cuarcii cu/fara stranicitate conduce la o separare intre (N, Δ), $(\Lambda, \Sigma, \Sigma^*)$, (Ξ, Ξ^*) si Ω de cite $\Delta m \cong 170$ MeV (Fig 3.2 b). Despicarea spin - spin apare atunci cind $g \neq 0$. Marimea acesteia depinde de o serie de alegeri pentru parametri. Daca $\varepsilon_{u,d} \cong 350$ MeV, atunci $\varepsilon_s \cong 530 - 540$ MeV, si in consecinta

$$\frac{\mu_S}{\mu_{u,d}} = \frac{\varepsilon_{u,d}}{\varepsilon_S} \approx \frac{2}{3} \tag{3.28}$$

Alegind pentru simplitate $g^2\mu_q^2 = 150$ MeV si $g^2\mu_S^2 = 66$ MeV, atunci $g^2\mu_S\mu_{u,d} = 100$ MeV, adica starile de decuplet cu spinul $3/2^+$ sunt urcate in timp ce octetul cu spinul $1/2^+$ este coborit in masa si in plus apare despicarea intre Σ si Λ (Fig. 3.2 c).

Rezultatele prezentate pot fi imbunatatite intr-o tratare mai amanuntita. Astfel, hamiltonianul care exprima interactia tare si electromagnetica are forma:

$$H = L(r_1, r_2, \ldots) + \sum \left(m_i + \frac{p_i^2}{2m_i} + \ldots \right) + \sum_{i<j} \left(\alpha Q_i Q_j + k\alpha_S \right) S_{ij} \tag{3.29}$$

Interactia universala intre cuarci este exprimata prin pozitii, mase si impulsuri. *Sij* este interactia de doua corpuri, avind o dependenta de tip coulombian. Interactia electromagnetica are ponderea data de constanta de cuplaj α si este proportionala cu sarcinile Q_i si Q_j ale cuarcilor, in timp ce interactia tare este introdusa prin schimbul de gluoni cu culoare, cu constanta de cuplaj $k\alpha_s$ (cu k = -4/3 pentru mezoni si -2/3 pentru barioni). Neglijind corectiile relativiste, interactia S_{ij} are forma:

$$\begin{aligned} S_{ij} &= \frac{1}{|r|} - \frac{1}{2m_i m_j}\left(\frac{\vec{p}_i \vec{p}_j}{|r|} + \frac{\vec{r}(\vec{r}p_i)p_j}{|r|^3} \right) - \frac{\pi}{2}\delta^3(\vec{r})\left(\frac{1}{m_i^2} - \frac{1}{m_j^2} + \frac{6\vec{S}_i\vec{S}_j}{3m_i m_j} \right) - \\ &- \frac{1}{2|r|^3}\Big(\frac{1}{m_i^2}(\vec{r}\times\vec{p}_i)\cdot\vec{S}_i - \frac{1}{m_i^2}(\vec{r}\times\vec{p}_j)\cdot\vec{S}_j + \\ &+ \frac{1}{m_i m_j}\left[2(\vec{r}\times\vec{p}_i)\cdot\vec{S}_j - 2(\vec{r}\times\vec{p}_j)\cdot\vec{S}_i - 2\vec{S}_i\vec{S}_j + \frac{6(\vec{S}_i\cdot\vec{r})(\vec{S}_j\cdot\vec{r})}{|r|^2} \right]\Big) \end{aligned} \tag{3.30}$$

unde $\vec{r} = \vec{r}_i - \vec{r}_j$ reprezinta distanta relativa intre cuarcii i si j, iar S_i spinul cuarcului i.

Masele hadronilor sunt valorile proprii ale acestui hamiltonian, daca se utilizeaza functiile de unda corespunzatoare.

Pentru stari fundamentale in unda S, interactiile de forma $\vec{L}\cdot\vec{S}[(\vec{r}\times\vec{p})\cdot\vec{S}]$ nu aduc nici o contributie.

Notind valorile proprii ale operatorilor

- energie cinetica: $\langle\Psi_0|\frac{p_i^2}{2}|\Psi_0\rangle$

- interactie coulombiana: $\langle\Psi_0|\frac{1}{r_{12}}|\Psi_0\rangle$

- interactie Darwin- Breit : $\frac{1}{2}\langle\Psi_0|\frac{r_{12}^2 p_1\cdot p_2 + r_{12}(r_{12}p_1)p_2}{|r_{12}|^3}|\Psi_0\rangle$

- interactia punctuala: $\langle\Psi_0|\delta^3(r_{12})|\Psi_0\rangle$

respectiv cu a, b, c si d, masele barionilor in unda S pot fi scrise ca:

$$
\begin{aligned}
M = M_0 + \sum_i\left[\Delta m_i + a\left(\frac{1}{m_S} - \frac{1}{m_{u,d}}\right)\right] + \\
+\sum_{i>j}\left(\alpha Q_i Q_j - \frac{2}{3}\alpha_s\right)\left[b - \frac{c}{m_i m_j} - d\left(\frac{1}{m_i^2} + \frac{1}{m_j^2} - \frac{16 S_i S_j}{3 m_i m_j}\right)\right]
\end{aligned}
\tag{3.31}
$$

unde:

$$
M_0 \equiv \sum L(r_1, r_2, \ldots) + \sum_i\left(m_{u,d} + \frac{p_i^2}{2m_{u,d}}\right) \tag{3.32}
$$

Aceasta expresie da masa degenerata in supermultipletii SU(6) cu includrea proprietatilor de spin. In aceasta relatie intervin 4 parametri. Contributiile Δm_i depind de diferenta de masa intre $(m_i - m_{u,d})$.

3.2 Despicarile in masa dependente de spin pentru mezoni

Mezonul are o structura cuarc-anticuarc, iar interactia spin - spin este proportionala cu momentele magnetice ale celor doi cuarci. Despicarea pentru mezonii 0^- si 1^-, cu continut diferit de cuarci, va conduce la

$$
\frac{(V-P)_{ij}}{(V-P)_{kl}} = \frac{\mu_i\mu_j}{\mu_k\mu_l} \tag{3.33}
$$

unde V se refera la mezonii vectoriali, iar P la mezonii pseudoscalari.

De exemplu,

$$
\begin{aligned}
(K^* - K)_{su} &= \frac{\mu_s}{\mu_u}(\rho - \pi)_{su} \\
(D^* - D)_{cu} &= \frac{\mu_c}{\mu_u}(K^* - K)_{su}
\end{aligned}
\tag{3.34}
$$

$$\left(D_s*-D_s\right)_{cs}=\frac{\mu_s}{\mu_u}\left(D*-D\right)_{cu}$$

Atunci, pentru ca : $\mu_u > \mu_s > \mu_c$, este de asteptat ca:

$$(D_s*-D_s)<(D*-D)<(K*-K)<(\rho-\pi) \tag{3.35}$$

Experimental, se obtine:

(2112 - 1968) < (2010 - 1869) < (892 - 493) < (770 -139)

adica:

144 < 141 < 399 <631

Despicarile maselor sunt intr-o concordanta si mai buna cu datele experimentale daca consideram ca:

$$\mu_s\sim\frac{2}{3}\mu_u \text{ si } \mu_c\sim\frac{1}{3}\mu_u \tag{3.36}$$

si atunci:

$$\begin{aligned}&\left(K*-K\right)\sim\frac{2}{3}\left(\rho-\pi\right);\\&\left(D*-D\right)\sim\frac{1}{3}\left(K*-K\right);\\&\left(D_s*-D\right)\sim\frac{2}{3}\left(D*-D\right)\end{aligned} \tag{3.37}$$

Contributiile electromagnetice la masa hadronului se manifesta in:

- contributiile electromagnetice la masa cuarcului, care fac ca $m_u \neq m_d$.
- interactiile electromagnetice intre orice pereche de sarcini
- interactia magnetica intre orice pareche de cuarci.

Efectul acestor contributii este vizibil la scara particulelor reale prin diferente in masa in functie de starea de sarcina (de exemplu $m_{\pi^+}-m_{\pi^0}$ = 4.6 MeV, $m_{K^+}-m_{K^0}=-4\pm0.13$ MeV, ca si prin modurile de interactie, evidentiate de canalele de interactie si dezintegrare si ponderile lor.

Exemple

In cazul mezonilor π^+ si π^0, numarul de cuarci este acelasi:

$$\pi^+=u\bar{d}$$

$$\pi^0=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(u\bar{u}-d\bar{d}\right)$$

In consecinta, diferenta in masa intre u si d nu contribuie la diferenta de masa pentru π. Atunci, efectul in masa este datorat interactiilor coulombiene si magnetice.

Pentru ca $m_u \cong m_d$, contributia sarcinilor se va manifesta in distantele de separare intre cuarci. Pentru $\pi^+(u\bar{d})$, contributia pur coulombiana va fi proportionala cu $\frac{2}{9}\left\langle\frac{1}{R}\right\rangle$, in timp ce pentru π^0 ($\frac{1}{\sqrt{2}}\left(u\bar{u}-d\bar{d}\right)$) vom obtine $-\frac{5}{18}\left\langle\frac{1}{R}\right\rangle$. Atunci, diferenta in masa a fi:

$$m_{\pi^+} - m_{\pi^0} = \frac{2}{9}\left\langle\frac{1}{R}\right\rangle + \frac{5}{18}\left\langle\frac{1}{R}\right\rangle = \frac{1}{2}\left\langle\frac{1}{R}\right\rangle = 4.6\ MeV$$

In consecinta, $\left\langle\frac{1}{R}\right\rangle$ pentru pion este 9.6 MeV.

Pentru sistemul de <u>kaoni</u>, diferenta de masa este:

$$m_{K^+} - m_{K^0} = -m_u + m_d - \left\langle\frac{1}{R}\right\rangle_K \left(\frac{2}{9}+\frac{1}{9}\right) \equiv \Delta m_{u,d} - \frac{1}{3}\left\langle\frac{1}{R}\right\rangle_K$$

Pentru ca $m_S > m_{u,d}$,atunci $\mu_S > \mu_{u,d}$, si atunci contributia magnetica a interactiei coulombiene va fi diferita de cazul pionului.

Daca se considera ca

$$\left\langle\frac{1}{R}\right\rangle_\pi = \left\langle\frac{1}{R}\right\rangle_K = 9.2 \text{ MeV}$$

atunci diferenta de 4 MeV observata, dintre K^0 si K^+, va conduce la o diferenta de masa intre *u* si *d* de circa $\Delta m_{u,d} \cong -7$ MeV, adica cuarcul d este mai greu decit cuarcul u, in acord cu QCD si in acord cu realitatea fizica, care indica ca neutronul, avind un exces de d fata de proton, este mai greu decit acesta.

Pentru <u>mezonii pseudoscalari cu charm</u> avem:

$$m_{D^+} - m_{D^0} = -m_u + m_d + \left\langle\frac{1}{R}\right\rangle_D \left(\frac{2}{9}+\frac{4}{9}\right) \equiv \Delta m_{u,d} + \frac{2}{3}\left\langle\frac{1}{R}\right\rangle_D$$

Atit diferenta in masa intre *u* si *d*, cit si contributia coulombiana conduc la cresterea relativa a masei D^+ fata de D^0.

Daca

$$\left\langle\frac{1}{R}\right\rangle_D = \left\langle\frac{1}{R}\right\rangle_{\pi \text{ sau } K}$$

atunci:

$$\Delta m_{D^+,D^0} = 7 \text{ MeV} + \frac{2}{3}\cdot 9.2 \text{ MeV} \sim 13 \text{ Mev}$$

deci, teoretic, D^+ este mai greu decit D^0. Experimental, m_{D^+} = 1869.3 ± 0.5 MeV, iar m_{D^0} = 1864.5 ± 0.5 MeV.

Pentru ca $\mu_C < \mu_{S,d}$, contributia magnetica datorata cuarcilor cu charm este micsorata, si efectul este:

$$\left\langle\frac{1}{R}\right\rangle_D < \left\langle\frac{1}{R}\right\rangle_{\pi, K}$$

ceea ce conduce la micsorarea distantei intre D^+ si D^0 sub 13 MeV.

Sa incercam sa aplicam acum un rationament similar pentru <u>barioni</u>.

Nucleonul e te cel mai usor sistem barionic, in care neutronul este mai greu decit protonul cu circa 1.5 MeV.

In modelul cuarc,

$$m_n - m_p \equiv m_{udd} - m_{uud} = \Delta m_{d,u} - \frac{1}{3}\left\langle \frac{1}{R} \right\rangle_N$$

Daca folosim rezultatele obtinute in cazul mezonilor, unde $\Delta m_{du} \cong 7$ MeV, si in ipoteza:

$$\left\langle \frac{1}{R} \right\rangle_N < \left\langle \frac{1}{R} \right\rangle_\pi = 9.2 \text{ MeV}$$

obtinem o diferenta de masa intre proton si neutron de $\Delta m_{p,n} \cong 4$ MeV.

Pentru a obtine o valoare corecta pentru $\left\langle \frac{1}{R} \right\rangle_{barion}$ vom incerca sa facem o astfel de evaluare pornind de la un sistem in care contributia $\Delta m_{d,u}$ nu apare. Astfel, pentru sistemul Σ avem:

$$\frac{1}{2}\left(\Sigma^+ + \Sigma^-\right) - \Sigma^0 \equiv \frac{1}{2}(1190 + 1197.3) - 1192.5 = 1.15 \text{ MeV}$$

$$\frac{1}{2}(uus + dds) - uds = \frac{1}{2}\left\langle \frac{1}{R} \right\rangle_\Sigma$$

ceea ce conduce la:

$$\left\langle \frac{1}{R} \right\rangle_\Sigma = 2.3 \text{ MeV}$$

In datele experimentale, diferenta de masa intre Σ^+ si Σ este de:

(1189.37 ± 0.07) MeV - (1197.436 ± 0.033) MeV ≅ - 8.06 MeV

Pe baza modelului cuarc,

$$M_{\Sigma^-(dds)} - M_{\Sigma^+(uus)} = 2\Delta m_{d,u} - \left\langle \frac{1}{R} \right\rangle \text{ (interactia } u(d) \xleftrightarrow{\gamma} s\text{)}$$

Considerind in plus ca interactia cu schimb de fotoni este identica pentru tranzitiile $u \leftrightarrow s$ si $d \leftrightarrow s$, atunci:

$2\Delta m_{d,u} = 8.06$ MeV

rezultat care este verificat pentru sistemele mezonice cu o structura de cuarc usor - cuarc straniu.

Pentru <u>sistemele barionice cu doi cuarci stranii</u>:
$M_{\Xi^0(uss)}$ = (1314.9 ± 0.6) MeV si $M_{\Xi^-(dss)}$ = (1321.32 ± .13) MeV, diferenta de masa este de aproximativ 6.4 MeV, si interpretarea pe baza modelului cuarc conduce la o concordanta excelenta cu datele experimentale.

3.3 Contributiile gluonului la masele mezonilor pseudoscalari si vectoriali

Producerea de gluoni, efect al anihilarii caurc - anticuarc, $q\overline{q} \leftrightarrow$ gluoni are, in principal, doua efecte: amestecul intre stari si o contributie suplimentara la masa.

In SU(3) matricea de masa pentru cuarci poate fi scrisa sub forma:

$$M = \begin{pmatrix} 2u & 0 & 0 \\ 0 & 2d & 0 \\ 0 & 0 & 2s \end{pmatrix} \tag{3.38}$$

si care actioneaza in baza ($u\overline{u}$, $d\overline{d}$, $s\overline{s}$).

Daca perechile $u\overline{u}$, $d\overline{d}$, $s\overline{s}$ pot anihila, presupunind ca amplitudinea de anihilare este A, aceiasi pentru toate perechile, atunci acestea vor contribui la masa printr-o contributie suplimentara, provenind din matricea H_i:

$$H_i = \begin{pmatrix} A & A & A \\ A & A & A \\ A & A & A \end{pmatrix} \tag{3.39}$$

Lucrind in baza $|8,1>$ si $|1,1>$, matricea de masa pentru stari cu $I = 1$ va fi:

$$M = \begin{pmatrix} \langle 8,1|M|8,1\rangle & \langle 8,1|M|1,1\rangle \\ \langle 1,1|M|8,1\rangle & \langle 1,1|M|1,1\rangle \end{pmatrix} \tag{3.40}$$

Pentru starea de singlet:

$$1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(u\overline{u} + d\overline{d} + s\overline{s}) \tag{3.41}$$

elementul de masa $M(1,1)$ este:

$$M(1,1) = 3A + \frac{A}{3}(4u + 2s) \tag{3.42}$$

unde am considerat ca contributiile provenind din cuarcii u si d sunt identice, si am introdus efectul anihilarii.

Pentru $\langle 8,1|M|8,1\rangle$, cu:

$$8 = \frac{1}{\sqrt{6}}\left(u\overline{u} + d\overline{d} - 2s\overline{s}\right) \tag{3.43}$$

anihilarea nu contribuie, si rezultatul este:

$$\langle 8,1|M|8,1\rangle = \frac{1}{3}(4s-2u) \tag{3.44}$$

Daca masele cuarcilor u si s sunt diferite, atunci va apare un amestec intre singlet si octet.

$$\begin{gathered}\langle 1,1|M|8,1\rangle = \langle 8,1|M|1,1\rangle \equiv \\ \frac{1}{\sqrt{3}}\left(u\bar{u}+d\bar{d}+s\bar{s}\right)|M|\frac{1}{\sqrt{6}}\left(u\bar{u}+d\bar{d}-2s\bar{s}\right) = \frac{2\sqrt{2}}{3}(u-s)\end{gathered} \tag{3.45}$$

si in consecinta starile reale de particule vor fi amestecate.

Astfel, matricea de masa pentru stari cu $I = 0$ are urmatoarele elemente:

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3}(4s+2u) & \frac{2\sqrt{2}}{3}(u-s) \\ \frac{2\sqrt{2}}{3}(u-s) & 3A+\frac{1}{3}(4u+2s) \end{pmatrix} \tag{3.46}$$

care, pentru mezonii pseudoscalari se exprima in:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{3}(4K-\pi) & \frac{2\sqrt{2}}{3}(\pi-K) \\ \frac{2\sqrt{2}}{3}(\pi-K) & 3A+\frac{1}{3}(2K+\pi) \end{pmatrix} \tag{3.47}$$

si valorile proprii vor fi asociate cu masele starilor η si η'.

In mod similar, in cazul mezonilor vectoriali, aceste stari sunt ω si Φ.

Rezolvind sistemul de 2 ecuatii cu 2 necunoscute (λ_1 si λ_2):

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 3A + 2K \qquad \text{(masa ele mentelor diagonale)}$$

$$\lambda_1\lambda_2 = 2K\pi - \pi^2 + A(4K-\pi) \qquad \text{(din dezvoltarea determinantului)}$$

daca $A = 0$, atunci:

$$\lambda_1\lambda_2 = 2K \tag{3.48}$$

relatie care este satisfacuta pentru stari vectoriale: $\Phi + \omega = 2K$ * sugerind ca anihilarea este neglijabila in cazul nonetului vectorial. Situatia este complet diferita pentru mezonii pseudoscalari. Relatia $\eta + \eta' \neq 2K$ implica ca contributia anihilarii <u>nu</u> este neglijabila. In consecinta, exista 3 parametrii distincti: m_u, m_s si m_A, pentru a explica cele 4 stari fizice π, K, η si η', si deci una dintre relatii trebuie sa fie fara constringeri datorate parametrilor. Aceasta este obtinuta eliminind dependenta de A din sistemul:

$$\begin{gathered}\lambda_1 + \lambda_2 = 3A + 2K \\ \lambda_1\lambda_2 = 2K\pi - \pi^2 + A(4K-\pi)\end{gathered} \tag{3.49}$$

Se obtine:

$$\left(\eta+\eta'\right)\left(4K-\pi\right)-3\eta\eta'=8K^2-8K\pi+3\pi^2 \tag{3.50}$$

relatie cunoscuta ca regula de suma a lui Schwinger.

Verificind pe datele experimentale aceasta relatie, se obtine:

$$(548.8 + 957.5)\,(4 \cdot 493.6 - 139.6) - 3 \cdot 548.8 \cdot 957.5 =$$
$$= 8 \cdot 493.6^2 - 8 \cdot 493.6 \cdot 1396.6 - 3 \cdot 139.6 \cdot 139.6$$

valoare care nu concorda cu realitatea fizica. Pentru iesirea din impas, s-au facut diferite sugestii. Una dintre acestea presupune amestecul suplimentar al perechii $c\bar{c}$ cu η si η', prin intermediul anihilarii prin intermediul gluonului. Consideram, ca o consecinta generala, includerea unei componente suplimentare $|R>$ (care nu contine perechi $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$) la singletul din SU(3). Daca $|a>$ este starea rezultanta din SU(3) in urma amestecului, atunci:

$$|a\rangle=\cos\alpha|1\rangle+\sin\alpha|R\rangle\equiv\frac{\cos\alpha}{\sqrt{3}}\left(u\bar{u}+d\bar{d}+s\bar{s}\right)+\sin\alpha|R\rangle \tag{3.51}$$

Daca $|R\rangle\equiv|c\bar{c}\rangle$, atunci:

$$|a\rangle=\frac{\cos\alpha}{\sqrt{3}}\left(u\bar{u}+d\bar{d}+s\bar{s}\right)+\sin\alpha|c\bar{c}\rangle \tag{3.52}$$

si din comparatia cu datele experimentale, in ipoteza unei relatii patratice in masa,

$\cos^2\alpha=\frac{1}{4}$, si atunci:

$$|a\rangle=\frac{1}{2\sqrt{3}}\left(u\bar{u}+d\bar{d}+s\bar{s}\right)+\frac{\sqrt{3}}{2}|c\bar{c}\rangle=\frac{1}{2\sqrt{3}}\left(u\bar{u}+d\bar{d}+s\bar{s}+3c\bar{c}\right) \tag{3.53}$$

putindu-se trage concluzia existentei unei componente suplimentare, semnificative, de $c\bar{c}$ (cel putin) la structura lui η *si* η'.

Capitolul 4

Modele pentru descrierea hadronilor

4.1 Modele potentiale pentru descrierea sistemelor $q\bar{q}$

Conceptul de cuarc da o solutie excelenta pentru a rezolva calitativ spectroscopia mezonilor.

Modelele teoretice permit predictii ale maselor, latimilor si rapoartelor de dezintegrare, si unele dintre aceste modele, aparent naive, apar a avea o surprinzator de mare putere de predictie.

4.1.1 Problema a doua corpuri

In acest paragraf voi prezenta o mica sinteza a problemei a doua corpuri asa cum este ea de interes pentru mezoni in modelul cuarc nerelativist. Voi trece in revista rezultatele matematice referitoare la ordinea nivelelor energetice, distanta intre nivele, dependenta acestora de masa si de energie.

Ecuatii de baza

Cele mai simple modele care descriu mezonii ca stari legate cuarc - anticuarc presupun scrierea unui hamiltonian nerelativist de forma:

$$H = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} + U(r_{12}) \tag{4.1}$$

unde U reprezinta partea centrala a potentialului cuarc - anticuarc presupusa independenta de sarcina specifica a cuarcului. Acest potential poate fi suplimentat de componente de interactie spin - spin, spin - orbita sau tensoriale, in scopul descrierii structurii fine sau hiperfine pentru multipleti, dar despre care nu discutam aici.

Miscarea centrului de masa este exprimata prin introducerea variabilelor Jacobi, definite ca:

$$\vec{R} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2} \qquad \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \tag{4.2}$$

cit si de $\vec{P}$ si de $\vec{p}$, alese astfel incit sa fie conjugate in raport cu $\vec{R}$ si $\vec{r}$. Atunci, hamiltonianul devine:

$$H = \frac{P^2}{2(m_1 + m_2)} + \widetilde{H} = \frac{P^2}{2(m_1 + m_2)} + \frac{p^2}{\mu} + U(r) \tag{4.3}$$

unde $\mu = \dfrac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}$

Rezolvarea ecuatiei de valori proprii:

$$\widetilde{H}\Psi = E\Psi \tag{4.4}$$

este facuta aproape intotdeauna in coordonate sferice.

Considerind invarianta la rotatie a potentialului, starile legate pot fi caracterizate de momentul cinetic orbital.

Explicitind functia de unda prin separarea partii radiale de cea unghiulara, se obtine:

$$\Psi(r) = \left[\frac{u(r)}{r}\right] Y_l^m(\theta, \varphi) \tag{4.5}$$

unde partea radiala a functiei de unda satisface ecuatia:

$$u''(r) - [l(l+1)/r\ ]u(r) + \mu[E - V(r)]u(r) = 0 \tag{4.6}$$

In aceasta ecuatie, l reprezinta momentul cinetic, m este numarul magnetic (valoarea proprie a lui l_z), si n numarul de noduri pentru functia de unda *u(r)* in intervalul $[0,+\infty]$. E si *u(r)* nu depind de m.

4.1.2 Proprietati ale functiilor de unda

Daca U(r) nu este foarte singular in origine, atunci, pentru $r \to 0 \Rightarrow u(r) \sim r^{l+1}$.

Pentr r mare, $u(r)$ descreste exponential. In cazul particular pentru care $U(r) = Br^{\beta}$, cu $\beta > 0$, atunci, pentru $r \to \infty$ rezulta:

$$u(r) \sim polinom \times \exp\left\{-\left[2/(\beta+2)\right]\sqrt{\mu B}r^{1+\beta/2}\right\} \tag{4.7}$$

Functia radiala corespunzatoare starii (n+1) are n noduri $r_i^{(n)}$ (i = 1, ...,n), si in consecinta, in concordanta cu teorema Sturm - Liouville, conduce la urmatoarea ordonare a acestora:

$$0 < r_1^{(n+1)} < r_1^{(n)} < r_2^{(n+1)} \ldots < r_n^{(n)} < r_{n+1}^{(n+1)} \tag{4.8}$$

Functia de unda $u_{n,l}$ satisface conditia de ortonormare:

$$\int_0^{\infty} u_{n,l} u_{n',l} dr = \delta_{n,n'} \tag{4.9}$$

Starile u pot fi gasite daca potentialul este real.

De interes practic este calculul probabilitatii de a gasi un cuarc si un anticuarc in acelasi loc, adica functia de suprapunere. Aceasta probabilitate este de interes pentru latimile leptonice de dezintegrare sau despicarile hiperfine ale starilor S:

$$\delta_n = \left|\Psi'_{n,0,0}(0)\right|^2 = u'^2_{n,0}/4\pi = \frac{\mu}{4\pi}\int_0^{\infty} V'(r) u^2_{n,0}(r) dr \tag{4.10}$$

<u>Legi de scalare</u>

Cele mai simple reguli de scalare deriva din potentialele de tip putere. Daca:

$$V(r) = B\varepsilon(\beta) r^{\beta} \tag{4.11}$$

este un potential atractiv ($B > 0$ si ε este functia de unda de semn +/-), atunci energia corespunzatoare nivelului caracterizat prin numerele cuantice *(n,l)* este:

$$E_{n,l}(\mu, B) = E_{n,l}(1,1)\mu^{-\beta/(\beta+2)} \tag{4.12}$$

si functia de unda se scaleaza ca :

$$u(r;\mu,B) = r_0^{-1/2} u(r/r_0;1,1) \tag{4.13}$$

unde $r_0 = (\mu B)^{-1/(\beta+2)}$ joaca rolul de "raza Bohr" pentru un potential de tip putere.

Intr-un potential logaritmic: $V = B\ln r$, dimensiunea pentru functia de unda este guvernata de legea de scalare anterioara, dar cu $r_0 = (\mu B)^{-1/2}$, in timp ce nivelele energetice se schimba in acord cu legea:

$$E_{nJ}(\mu, B) = BE_{nJ}(1,1) - \frac{1}{2}B\ln\mu - \frac{1}{2}B\ln B \tag{4.14}$$

Pentru B fixat, distanta intre nivelele energetice este independenta de masa redusa. Astfel de legi de scalare exista pentru diferite potentiale.

4.1.3 Metode numerice de rezolvare a ecuatiei Schrodinger radiale

In rezolvarea ecuatiei Schrodinger radiale pentru potentiale de constringere, se utilizeaza curent metode numerice, pentru ca in multe situatii nu pot fi gasite relatii analitice.

In cele ce urmeaza voi schita pe scurt o varianta numerica de rezolvare, si anume metoda Numerov. Se cauta determinarea valorilor proprii de energie prin integrarea numerica dupa r a ecuatiei pentru fiecare n fixat. Ecuatia Schrodinger radiala (4.6) poate fi rescrisa ca:

$$u''(r) = f(r)u(r) \tag{4.15}$$

si se cauta solutii pornind din vecinatatea originii, unde $u_{out} \sim r^{l+1}$, si de la distante mari, unde $u_{in}(r) \sim \exp\left(-\int\sqrt{f}\,dr\right)$.

Utilizind dezvoltarea in serie Taylor se poate arata ca valoarea u_n (pentru cazul u_{out}, respectiv u_{in}), pentru distante egale $r = nh$ verifica ecuatia:

$$u_{n+1}\left(1 - \frac{1}{12}h^2 f_{n+1}\right) + u_{n-1}\left(1 - \frac{1}{12}h^2 f_{n-1}\right) = 2u_n\left(1 + \frac{5}{12}h^2 u_n\right) + O(h^6) \tag{4.16}$$

ceea ce da un algoritm iterativ, caracterizat de o buna acuratete, si stabil, pentru determinarea lui u_n.

Determinarea energiei proprii E_n se realizeaza in modul urmator: energia de proba E este deasupra nivelului E_n, daca solutia "out" are cel putin $(n+l)$ noduri in intervalul $]0, r_c[$, unde r_c este punctul clasic de intoarcere, pentru care $E = V(r_0)$. Cautarea se realizeaza in intervalul $a_n < E_n < b_n$, in care E_n are numai o valoare proprie. Daca in intervalul considerat exista o valoare proprie E_n, atunci sunt indeplinite conditiile:

$$u_{in}(r_0) = u_{out}(r_0)$$
$$\int_0^{r_0} u_{out}^2(r)dr + \int_{r_0}^{\infty} u_{in}^2(r)dr = 1 \qquad (4.17)$$

Daca $u'_{in}(r_0) \neq u'_{out}(r_0)$, pentru o energie de proba $\widetilde{E}$, atunci o estimare mai buna E_n a energiei proprii se raelizeaza prin modificarea valorii pentru energie:

$$\widetilde{E} \to \widetilde{E} + d\widetilde{E} = \widetilde{E} - [u(r_0)/\mu]\cdot[u'_{in}(r_0) - u'_{out}(r_0)] \qquad (4.18)$$

si aceasta procedura conduce la o convergenta rapida catre E_n.

4.1.4 Aproximatii semiclasice

Aproximatia WKB (Wentzel-Kramers-Brillouin) da o metoda de determinare a starilor proprii energetice, caracterizate de numerele cuantice radiale sau orbitale mari. Cu toate acestea, aproximatia WKB conduce la rezultate foarte bune si pentru strari joase, facind sa fie larg utilizata in rezolvarea starilor mezonice.

In aproximatia WKB, starile proprii energetice $E_{n,0}$ pentru unde S sunt date de:

$$\int_0^{r_c} \sqrt{\mu(E - V(r))}dr = \left(n + \frac{3}{4}\right)\pi \qquad (4.19)$$

unde r_c este punctul clasic de intoarcere pentru $V(r_c) = E$. Aceasta formula este exacta pentru un potential de oscilator armonic; pentru potentialele putere Br^{β}, cu $\beta > 0$, starile de energie proprie pentru unde S si generalizarile pentru excitari orbitale, in cazul $\mu = B = 1$ pot fi exprimate intr-o forma analitica simpla:

$$E_{n,l}^{WKB} = \left[\frac{2\beta\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{\beta}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right)\cdot\left(n + \frac{3}{4} + \frac{l}{2}\right)}\right]^{\frac{2\beta}{\beta+2}} \qquad (4.20)$$

In cazul potentialelor de tip oscilator armonic, aproximatia variationala obtinuta prin folosirea unei functii de unda de proba de tipul $r^{l+1}\exp\left(-\frac{1}{2}\alpha r^2\right)$ conduce la:

$$E_{0,l}^{\text{var}} = 3\left(\frac{3}{2} + l\right)\cdot\left[\frac{\Gamma(2+l)}{\Gamma(3/2+l)}\cdot\frac{1}{3+2l}\right]^{3/2} \qquad (4.21)$$

Calitatea aproximatiei WKB pentru l mari este buna, dar nu exceptionala.

4.1.5 Ordinea nivelelor

Vom trece in revista citeva proprietati matematice pentru un hamiltonian de doua corpuri.

Orice potential, unu sau doi dimensional, cu caracter atractiv, conduce la cel putin o strare legata. In trei dimensiuni, afirmatia anterioara nu mai este totdeauna adevarata. De exemplu, un potential de tip Yukawa: $V = -B\exp(-\alpha r)/r$, cu $\alpha > 0$, nu conduce la stari legate daca constanta B este prea mica. Pe de alta parte, pentru $\alpha = 0$, potentialul Yukawa trece intr-un potential coulombian care are un numar infinit de stari legate cu $E < 0$, ca si un spectru continuu de energii pozitive.

In modelele simple pentru cuarconium, se cauta acele potentiale care prezinta proprietatea de constringere si care suporta un numar infinit de stari legate.

Din teorema Sturm-Liouville si din caracterul pozitiv pentru bariera centrifugala: $\frac{l(l+1)}{r^2}$, rezulta ca starea cea mai joasa corespunde la $n = 0$ si $l = 0$, si energia creste odata cu cresterea lui n sau l.

Pozitiile relative intre excitarile radiale si/sau orbitale depind de potential. Voi exemplifica pe citeva cazuri de interes.

Sa ne reamintim ca n reprezinta numarul de noduri, si nu numarul cuantic principal.

In cazul potentialului coulombian: $V(r) = -r^{-1}$, $E_{n,l} = E_{n-1,l-1}$.

Pentru potentialul de oscilator armonic, $V(r) = r^2$, $E_{n,l} = E_{n+1,l+2}$.

In aceste doua cazuri, o mica perturbatie poate rupe degenerarea. Astfel, pentru potentialul coulombian, daca:

$$\Delta V(r) > sau < 0, \Rightarrow E_{n,l} < sau > E_{n+1,l-1} \tag{4.22}$$

in timp ce pentru oscilator:

$$\Delta V(r) > sau < 0, \Rightarrow E_{n,l} < sau > E_{n+1,l+2} \tag{4.23}$$

In cazul oscilatorului armonic, pentru l fixat, dependenta energiei este ca $E_{n,l} \sim 3 + 4n + 2l$, adica depinde liniar de n.

Dependenta de masa a energiei de legatura

Daca $\widetilde{H}$ reprezinta hamiltonianul redus al sistemului de doua corpuri, si $E(\mu)$ reprezinta energiile proprii corespunzatoare functiei de unda $\Phi(\mu)$, in conformitate cu teorema Feynmann -Hellmann se poate stabili dependenta de masa a hamiltonianului redus. Astfel:

$$\frac{d\tilde{F}}{d\mu} = -\left(\frac{1}{\mu^2}\right)\langle\Phi(\mu)|\vec{P}^2|\Phi(\mu)\rangle_F - \left(\frac{1}{\mu}\right)T(\mu) \tag{4.24}$$

$\tilde{H}$ depinde liniar de μ^{-1}.

Daca hamiltonianul depinde liniar de un parametru λ, utilizind teorema generala, se gaseste ca starea sa fundamentala este concava cind:

$H = A + \lambda B$, atunci rezulta $d^2E_0 / d\lambda^2 \leq 0$

Pentru masele starii fundamentale, independent de momentul cinetic l, exista urmatoarea inegalitate intre masele starilor si ale constituentilor:

$$M_{0,l}(m_1, m_1) + M_{0,l}(m_2, m_2) \leq 2M_{0,l}(m_1, m_2) \tag{4.25}$$

sau: $$(Q\overline{Q})_l + (q\overline{q})_l \leq 2(Q\overline{q})_l \tag{4.26}$$

Aceasta inegalitate, consecinta a convexitatii, nu poate fi scrisa pentru excitatii radiale.

Inegalitatea este bine verificata experimental.

4.1.6 Modele potentiale nerelativiste

a) Analogie intre sistemele mezonice si cazul sistemelor electromagnetice de tip atom de hidrogen

Pozitronium este un atom de hidrogen in care protonul este inlocuit cu pozitronul, astfel ca sistemul obtinut devine unul simetric e^+e^-.

In acord cu aceasta schimbare, constanta Rydberg devine:

$$R = R_\infty\left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) \tag{4.27}$$

$$R(e^+e^-) = \frac{R_\infty}{2} \tag{4.28}$$

cu $R_\infty = \dfrac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} = 1.097\ 10^7\ \mathrm{m}^{-1}$.

Solutia ecuatiei Schrodinger pentru un potential coulombian $V(r) \sim \dfrac{\alpha}{r}$ stabileste un spectru energetic pentru valorile proprii, analog cu cel al atomului de hidrogen:

$$E_n = -\frac{6.8}{n^2}\ (eV)$$

Corectiile relativiste si interactiile spin-orbita produc despicarea fina:

$$\Delta E_{DF} = |E_n| \cdot \frac{\alpha^2}{n}\left(\frac{3}{4n} - \frac{1}{j-1/2}\right) \tag{4.29}$$

Pentru nivelul n = 2 al pozitroniumului, starile degenerate $S_{1/2}$, $P_{1/2}$, sunt coborite de la 1.7 eV cu 2.6 10^{-5} eV, si respectiv 0.53 10^{-5} eV.

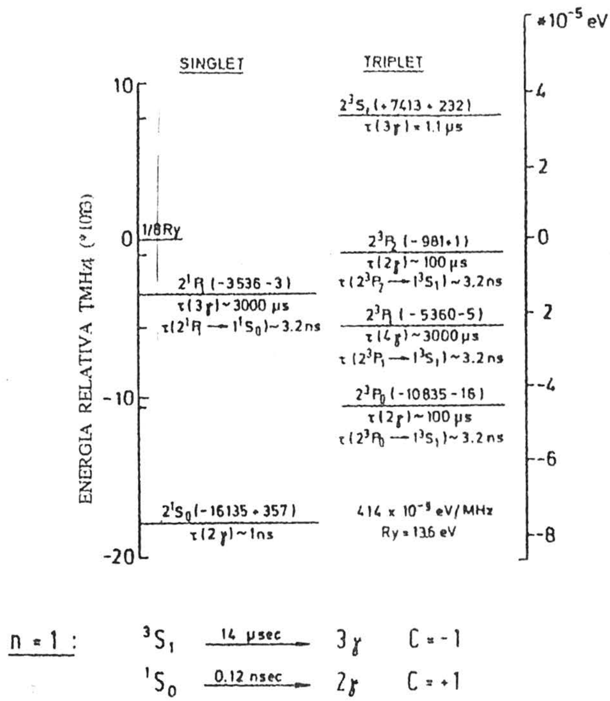


Figura 4.1
Spectrul energetic al pozitroniumului

Momentul magnetic al pozitronului este de 2000 ori mai mare decit al protonului, si atunci rolul structurii hiperfine devine mai important. Acest efect va ramine valabil si in cazul inlocuirii electronilor cu cuarci:

$\Delta E_{HF} \sim a\vec{S}_1\vec{S}_2 \cdot Z^2$, a > 0

si atunci pentru $L = 0$, in stare $^3S_1$:

$$\vec{S}_1\vec{S}_2 = \frac{1}{2}\left(\langle J\rangle^2 - S_1^2 - S_2^2\right) = \frac{1}{2}\left[J(J+1) - S_1(S_1+1) - S_2(S_2+1)\right] = \frac{1}{4} \tag{4.30}$$

si in stare $^1S_0$:

$$\vec{S}_1\vec{S}_2 = \frac{1}{2}\left(\langle J\rangle^2 - S_1^2 - S_2^2\right) = \frac{1}{2}\left[0 - \frac{6}{4}\right] = -\frac{3}{4} \tag{4.31}$$

ceea ce implica ca:

$$m\left({}^3S_1\right) > m\left({}^1S_0\right) \tag{4.32}$$

In cazul mezonilor, de exemplu, $m_{J/\Psi} > m_{\eta_c}$, $m_\Upsilon > m_{\eta_B}$, $m_\rho > m_{\pi^-}$.

Atunci, asa cum am mentionat mai inainte, are loc despicarea ${}^3S_1$ si ${}^1S_0$; analogia cu $P_{1/2}$ si $P_{3/2}$ conduce la ${}^1P_1$, ${}^3P_0$, ${}^3P_1$, ${}^3P_2$.

Spectrul energetic simplificat al pozitroniumului (pentru n = 2) este indicat in Fig. 4.1.

Comparatia intre sistemele e^+e^-, $c\bar{c}^-$, $b\bar{b}^-$ (Fig. 4.2) sugereaza o analogie calitativa intre starile legate ale cuarcilor grei in interactia $q\bar{q}$ si interactiile electromagnetice ale sistemului legat e^+e^{--}: semnul despicarilor in unda P concorda ca valori absolute si ordine de marime unele cu altele:
pentru n = 2, pentru e^+e^-, $c\bar{c}$, $b\bar{b}$:

$$m\left({}^3P_0\right) < m\left({}^3P_1\right) < m\left({}^3P_2\right) < m\left({}^3S_1\right) \tag{4.33}$$

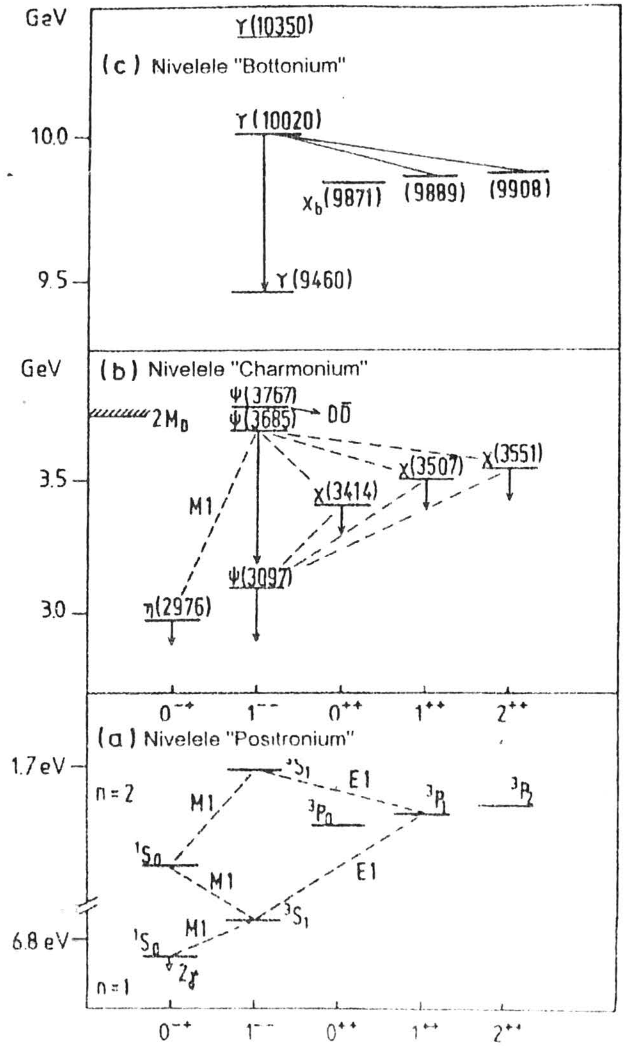


Fig. 4.2
Comparatie intre sistemele e^+e^-, $c\bar{c}$, $b\bar{b}$

Separarea intre nivele da o idee asupra ordinelor de marime pentru constanta de cuplaj α_s in QCD: constanta pentru structura fina α este inlocuita de $4/3\,\alpha_s$.

Termenul 4/3 provine din medierea interactiei intre q si $\bar{q}$ in singletul de culoare al celor 8 gluoni, adica ai celor 8 generatori pentru culoare in SU(3): $\lambda_i/2$:

$$\left\langle (q\bar{q})_s \left| \frac{g\frac{\lambda_i}{2}(q)g\frac{\lambda_i}{2}(\bar{q})}{4\pi r} \right| (q\bar{q})_s \right\rangle \text{ cu } i = 1, 2, ..., 8. \tag{4.34}$$

si:

$$\left|(q\bar{q})_s\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left|(q\bar{q})_{rosu} + (q\bar{q})_{albastru} + (q\bar{q})_{verde}\right\rangle \tag{4.35}$$

(luind numai contributia lui λ_3 multiplicata cu 8).

$$\alpha_S = \frac{g^2}{4\pi r} \tag{4.36}$$

$$V(q\bar{q}) = -\frac{8}{2\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}\alpha_S\frac{1}{r} = -\frac{4}{3}\alpha_s\frac{1}{r} \tag{4.37}$$

Pentru m_c = 1.5 GeV si m_b = 5 GeV:

$$\frac{\Delta E_{e^+/e^-}}{\Delta E_{c\bar{c}}} = \frac{\left(2^3S_1 - 1^3S_1\right)_{e^+e^-}}{\left(2^3S_1 - 1^3S_1\right)_{c\bar{c}}} = \frac{5.2}{589\cdot 10^6} = \frac{m_e\alpha^2}{m_c\frac{16}{9}\alpha_S^2} \tag{4.38}$$

adica $\alpha_S = 1.07$, si:

$$\frac{\Delta E_{e^+/e^-}}{\Delta E_{b\bar{b}}} = \frac{\left(2^3S_1 - 1^3S_1\right)_{e^+e^-}}{\left(2^3S_1 - 1^3S_1\right)_{b\bar{b}}} = \frac{5.2}{561\cdot 10^6} = \frac{m_e\alpha^2}{m_b\frac{16}{9}\alpha_S^2} \tag{4.39}$$

adica $\alpha_S = 0.54$.

Descresterea constantei de cuplaj odata cu cresterea masei cuarcului este descrisa corect. Valoarea absoluta pentru α_S este cu un factor de 3 mai mare decit cea provenita din presupunerea unui potential coulombian pur. Aceste sisteme sunt puternic legate pentru a fi dominate numai de partea de scurta distanta a potentialului.

b) Modele potentiale pentru cuarcii grei

Un potential coulombian prezinta degenerare intre starile S si P pentru n = 2. Un potential de oscilator armonic 3D ($V(r) \sim r^2$) conduce la valori proprii ale energiei in acord cu:

$$E_n = \left(N + \frac{3}{2}\right)\hbar\omega \tag{4.40}$$

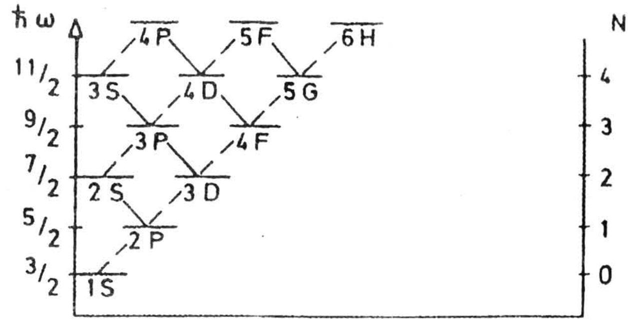


Figura 4.3
Schema de nivele pentru oscilatorul armonic 3D

Schema de nivele pentru oscilatorul armonic 3D este data in Fig. 4.3. Doua trasaturi importante ale acestor spectre de nivele trebuie mentionate: excitarile radiale sunt echidistante si nivelul nP este localizat la energia medie intre nivelele (n-1)S si nS, adica:

$$\frac{(n-1)S+nS}{2}. \tag{4.41}$$

Prima trasatura este verificata atit pentru sistemul $c\bar{c}$ cit si pentru $b\bar{b}$, dar nivelele P pentru $c\bar{c}$ nu sunt situate la valoarea mediei aritmetice intre predictia coulombiana ($nS \cong nP$) si predictiile de oscilator. Atunci interpolam pentru $V_{q\bar{q}}(r) \sim r^x$ astfel ca:

$$-1(coulombian) \leq x \leq +2(oscilator)$$

La distante mai mari, s-a sugerat folosirea unui potential liniar: $x = 1$: $V(r) = kr$; pentru k, cele mai simple extinderi provin pentru mase tipice de 1 GeV si distanta tipica de 1 fm = 5 GeV^{-1} conducind la o densitate de energie de ordinul k = 0.2 GeV^2. In multe modele, alegerea este:

$$k = 0.18\ GeV^2 \cong \frac{1GeV}{1fm}$$

Considerind energia de legatura ca diferenta intre m (prag deschis) si $m(^3S_1)$, atunci raportul:

$$B = \frac{energia\ de\ legatura}{masa\ constituentilor} \tag{4.42}$$

are valoarea $\cong \frac{0.6}{3}$ pentru $c\bar{c}$ ($m_c \cong 1.5\ GeV$), $\cong \frac{1.2}{10}$ pentru $b\bar{b}$ ($m_b \cong 5\ GeV$)

Raportul este mic pentru o tratare nerelativista dar este foarte mare in comparatie cu e^+e^-.

Sugestia este de a presupune in modelele de potential un termen coulombian pentru partea de distanta scurta si un termen liniar pentru partea de distanta mare:

$$V(r) = -\frac{4}{3}\alpha_s \frac{1}{r} + kr + C \tag{4.43}$$

In general, rezolvarea nerelativista a ecuatiei Schrodinger pentru potentialele $V(r) = kr^x$ prezice urmatoarele comportari (vezi Tab. 4.1):

Tabelul 4.1:
Solutiile ecuatiei Schrodinger pentru diferite potentiale

	x	ΔE	$\lvert\psi(0)\rvert^2$ ***	$\langle r \rangle$	$\langle r^2 \rangle$	$\langle v^2 \rangle$ **
oscilator armonic	2	$\mu^{-\frac{1}{2}}$	$\mu^{\frac{3}{4}}$	$\mu^{-\frac{1}{4}}$	$\mu^{-\frac{1}{2}}$	$\frac{Eb}{4\mu}$
potential liniar	1	$\mu^{-\frac{1}{3}}$	μ	$\mu^{-\frac{1}{3}}$	$\mu^{-\frac{2}{3}}$	$\frac{Eb}{6\mu}$
potential coulombian	-1	μ	μ^3	μ^{-1}	μ^{-2}	$\frac{Eb}{2\mu}$
potential logaritmic	0*	const	$\mu^{\frac{3}{2}}$	$\mu^{-\frac{1}{2}}$	μ^{-1}	$\frac{const}{4\mu}$

* $x = 0$ pt. ca. $\ln \frac{r}{r_0} = \lim_{\epsilon \to 0} \frac{1}{\epsilon}\left(\left(\frac{r}{r_0}\right)^\epsilon - 1\right)$

** calculat din. $\langle T \rangle = m_Q \langle v^2 \rangle = \frac{1}{2}\langle \vec{r} \cdot \vec{\nabla}(V(\vec{r}))\rangle$ teorema virialului

si $\langle T \rangle + \langle V \rangle = Eb$

*** in general $|\psi(0)|^2 = (m_q^{3/2}/4\pi^2)E_n^{1/2} \cdot \frac{dE_n}{dn}$

- pentru o masa redusa $\mu = m_c/2$: $\Delta E \sim \mu^{-x/(x+2)}$

$$\left|\Psi(0)\right|^2 \sim \mu^{3/(x+2)} \tag{4.44}$$

$$\langle r^\nu \rangle \sim \mu^{\nu/(x+2)} \quad \nu = 1, 2$$

Majoritatea calculelor pentru spectroscopia ($c\bar{c}$) si ($b\bar{b}$) sunt bazate pe potentialele din tabelul 4.1 sau combinatii intre ele.

Daca o solutie exacta nu este posibila (asa cum se intimpla cind se introduce si un potential liniar, pentru stari $L \geq 1$), se incearca o procedura de tratare a termenului coulombian ca o mica perturbatie. O alta cale, utilizata cu succes pentru a descrie spectroscopia barionilor, este de a rezolva un potential de oscilator si a ajusta parametrii acestuia la starea fundamentala data de un potential coulombian plus liniar.

O lista cu potentiale tipice utilizate pentru a exprima interactiile qq si $q\bar{q}$ este prezentata in Tabelul 4.2.

Tab. 4.2

Potentiale pentru exprimarea interactiilor qq si $q\bar{q}$

V(r)
$-\frac{A}{r} + Kr + V_0$
$-\frac{4}{3}\int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \cdot \frac{1}{\vec{q}^2} \cdot \frac{16\pi^2}{\ln(1+\frac{\vec{q}^2}{\Lambda^2})}$
$-\frac{4}{3}\frac{a_s}{r} + \left[\frac{32\pi(a_sB)^{1/4}}{3} + C(a_s^3B)^{1/4}\right]$
$A\ln(r/r_0)$
$a + br^x \quad x \sim 0.1$

Aceste potentiale pot fi clasificate in doua categorii: potentiale inspirate de QCD si potentiale fenomenologice.

In potentialele provenite din modele din QCD comportarea de distanta scurta este descrisa de libertatea asimptotica, dependenta constantei de cuplaj de distanta fiind, intr-o forma posibila, urmatoarea:

$$\alpha_s(r) = \frac{12\pi}{25\log\left(\frac{1}{r^2\Lambda^2_{\overline{MS}}}\right)} \tag{4.45}$$

De notat ca ecuatia prezinta un pol la $r = r_{confinare} = 1/\Lambda_{\overline{MS}}$ si care in alegerea consistenta cu datele experimentale este $r_{confinare} = 1/\Lambda_{\overline{MS}} \sim 3\ \mathrm{GeV}^{-2} = 0.7\ \mathrm{fm}$.

Pentru distante mai mari, contribuie partea liniara a potentialului.

Asa cum s-a explicat anterior, diferenta in masa, egala intre starile $2^3S_1 - 1^3S_1$ pentru sistemele $c\bar{c}$ si $b\bar{b}$ este reprodusa bine de modelele fenomenologice, ca cele date de potentialele date in Tabelul 4.2.

Trebuie remarcat ca predictiile diferitelor modele nu difera foarte mult intre ele.

Urmatorul pas in analiza il constituie includerea dependentei de spin a potentialelor:

$$V = V_0 + V_{spin} \tag{4.46}$$

Contributia de spin include 4 termeni: V_{Thomas}, $V_{spin\text{-}orbita}$, V_{tensor}, si $V_{spin\text{-}spin}$. In cazul unui potential coulombian, aceste 4 contributii sunt proportionale cu $-\alpha/r$, $-\alpha/r$, $-3\alpha/r^3$ si respectiv $\nabla^2\left(-\alpha/r\right)$.

Pentru pozitronium, in ordinul cel mai de jos:

$$V_{spin} = \frac{3}{2}\frac{\vec{L}\left(\vec{S}_1 + \vec{S}_2\right)}{m^2}\cdot\frac{\alpha}{r^3} + \frac{\alpha}{m^2 r^3}\left[3\cdot\left(\vec{S}_1\cdot\vec{r}_1\right)\left(\vec{S}_2\cdot\vec{r}_2\right) - \vec{S}_1\cdot\vec{S}_2\right] + \frac{8\pi\alpha}{3}\cdot\frac{\vec{S}_1\cdot\vec{S}_2}{m^2}\delta(\vec{r}) \tag{4.47}$$

Trecind in QCD, ordinul cel mai de jos (schimbul unui gluon) se obtine inlocuind α cu $4/3\,\alpha_s$.

In QCD, desfacerea potentialului in V_0 si V_{spin} nu este posibila. Partea de distanta mare necoulombiana a potentialului V_0 influenteaza V_{Thomas} conducind la presupuneri nerealiste asupra schimbului de gluoni.

Atunci, ecuatia pentru V_{spin} se schimba in acord cu:

$$V_{Thomas} \sim V_0 = V_{scurta\ distanta} + V_{distanta\ mare} = -\frac{4}{3}\cdot\frac{\alpha_s}{r} + kr \tag{4.48a}$$

$$V_{spin-orbita} \sim \frac{4}{3}\alpha_s\frac{1}{r} \tag{4.48b}$$

$$V_{tensor} \sim \frac{4\alpha_s}{r^3} \tag{4.48c}$$

$$V_{spin-spin} \sim -\frac{4}{3}\alpha_s\nabla^2\left(\frac{1}{r}\right) \tag{4.48d}$$

Rezulta astfel:

$$\begin{aligned} V_{spin} = &-\frac{1}{2m^2}\vec{L}\cdot\vec{S}\cdot\frac{k}{r} + \frac{1}{2m^2}\frac{\alpha_s}{r^3}\vec{L}\cdot\vec{S} + \\ &+\frac{4}{3}\frac{1}{m^2}\frac{\alpha_s}{r^3}\left[3\cdot\left(\vec{S}_1\cdot\vec{r}_1\right)\left(\vec{S}_2\cdot\vec{r}_2\right) - \vec{S}_1\cdot\vec{S}_2\right] + \frac{32\pi\alpha_s}{9}\cdot\frac{\vec{S}_1\cdot\vec{S}_2}{m^2}\delta(\vec{r}) \end{aligned} \tag{4.49}$$

Luind in consideratie numai "contributia hiperfina" $\left(-\vec{S}_1\cdot\vec{S}_2\right)$ din ecuatia anterioara si contributia potentialului liniar, se obtine pentru $\Delta\left(m_{J/\Psi} - m_{\eta_c}\right) = 120\ MeV$, in acord excelent cu valoarea experimentala: $120 \pm 6\ MeV$.

Starea pseudoscalara a sistemului $b\bar{b}$ (neobservata experimental) poate fi estimata cu ajutorul ecuatiei:

$$\Delta m\left(\Upsilon-\eta_b\right)=\frac{8}{9}\frac{\Gamma_{ee}(\Upsilon)}{e^2\alpha^2}\alpha_s(m_b)\left[1+\frac{5\cdot 6\alpha_s(m_b)}{\pi}\right] \tag{4.50}$$

care, impreuna cu ecuatia pentru $\alpha_s(r)$ ofera posibilitatea determinarii lui $\Lambda_{\overline{MS}}$. Astfel: $\Delta m\left(\Upsilon-\eta_b\right)=27/35/42\ MeV$, respectiv pentru $\Lambda_{\overline{MS}}$ egal cu $100/200/300\ MeV$.

Mai mult, se poate arata ca pentru un potential liniar, contributia lui $\left[m^2\left({}^3S_1\right)-m^2\left({}^1S_0\right)\right]$ va fi independenta de "flavour" cuarcului.

Pentru stari cu $J\neq 0$, care nu contin amestec, se obtin valorile:

$$\begin{aligned}
&m_\rho^2-m_\pi^2=0.574\ GeV^2\\
&m_{D^*}^2-m_D^2=0.546\ GeV^2\\
&m_{B^*}^2-m_B^2=0.551\ GeV^2
\end{aligned} \tag{4.51}$$

Pe de alta parte, potentialele de spin-orbita si tensorial produc despicarea starilor P; pentru sistemele $c\bar{c}$ si $b\bar{b}$, raportul experimental:

$\dfrac{m_{2^{++}}-m_{1^{++}}}{m_{1^{++}}-m_{0^{++}}}\approx 0.47$ pentru $c\bar{c}$, respectiv 0.66 pentru $b\bar{b}$, in timp ce calculul teoretic conduce la valoarea 2 daca se ia in consideratie numai V_{LS} si respectiv 0.4 numai pentru partea tensoriala.

Valoarea acestui raport pentru sistemul $c\bar{c}$ este utilizata ca un argument ca partea de distanta mare a potentialului nu are caracter vectorial. In acest caz, independent de forma potentialului, raportul este ≥ 0.8.

Diferitele contributii la V_{spin} au dependente diferite de masa, in functie de cuarc. Aceasta dependenta poate fi utilizata pentru a prezice despicarea hiperfina a mezonilor daca se atribuie o anumita valoare masei cuarcului. Se obtine, de exemplu, ca despicarea dupa spin a starii fundamentale pentru mezonii B este:

$$\frac{m_{D^*}-m_D}{m_{B^*}-m_B}\approx\frac{m_b}{m_c} \tag{4.52}$$

de unde $m_{B^*}-m_B=\dfrac{m_c}{m_b}\left(m_{D^*}-m_D\right)\approx\dfrac{1.5}{5}(2.010-1.863)\approx 45\ MeV$ care trebuie comparat cu valoarea experimentala $(5325-5279)\approx 45\ MeV$.

Aceste modele ofera de asemenea predictii si asupra latimilor rapoartelor de dezintegrare.

Latimile leptonice de dezintegrare Γ_{ee}:

$$\Gamma_{ee}=\frac{16\pi\alpha^2 3Q^2}{3m_v^2}\left|\Psi'_{q\bar{q}}(0)\right|^2 \tag{4.53}$$

dau o masura directa a lui $\left|\Psi'_{q\bar{q}}(0)\right|^2$.

De exemplu, un potential liniar nu conduce la nici o dependenta de n a lui $\left|\Psi'_n(0)\right|^2$; in consecinta, $\Gamma_{ee}(\Psi'') = \Gamma_{ee}(\Psi')$. Experimental, s-a observat ca $\Gamma_{ee}(\Psi'') = 2.37 \cdot \Gamma_{ee}(\Psi')$ indicind contributia semnificativa a potentialului coulombian in interactia $c\bar{c}$.

De asemenea, asa cum am aratat, latimile de dezintegrare ale orto- si parapozitroniumului sunt proportionale de asemenea cu $\left|\Psi'(0)\right|^2$. Aceste rezultate pot fi direct transferate in cazul sistemelor $q\bar{q}$.

Astfel,

$$\Gamma(\eta_c \to \gamma\gamma) = \frac{64\pi\alpha_s^2}{27m_c^2}\left|\Psi'(0)\right|^2 \tag{4.54}$$

Dezintegrarile pur hadronice ale starilor ${}^1S_0\left({}^3S_1\right)$ se realizeaza prin intermediul a 2 (3) gluoni. Astfel, ne asteptam ca:

$$\frac{\Gamma(\Psi''/\Psi' \to hadroni)}{\Gamma(\eta_c'/\eta_c \to hadroni)\ sau\ \Gamma(\Psi'/\Psi \to e^+e^-)} \sim \frac{\alpha_s^3}{\alpha_s^2\ sau\ \alpha^2} \tag{4.55}$$

Aceasta permite determinarea lui $\alpha_s(m_{J/\Psi'}) \sim 0.2$ din $\Psi' \to e^+e^-$, nu ca pe o masuratoare precisa, ci ca pe un rezultat ce reliefeaza caracterul nerelativist al procesului si contributia importanta in ordinul cel mai de jos.

Latimile radiative de dezintegrare reprezinta un alt test important al modelelor potentiale.

In ordinul cel mai de jos de aproximatie, pentru tranzitiile de dipol electric, latimile de dezintegrare sunt:

$$\Gamma\left({}^3S_1 \to {}^3P_J + \gamma\right) = \frac{(2J+1)4\alpha k^3 q_c^2}{27m_c^2}\left|I_1\left({}^3S_1, {}^3P_J\right)\right|^2 \tag{4.56}$$

unde k este impulsul particulei γ, iar $I_1\left({}^3S_1, {}^3P_J\right)$ reprezinta integrala de acoperire intre functiile de unda radiale.:

$$I_n = \int_0^\infty r^{n+2} R_s(r) R_p(r)\, dr$$

Tranzitiile de dipol magnetic au latimea de dezintegrare:

$$\Gamma\left({}^3S_1 \to {}^3P_J + \gamma\right) = \frac{4\alpha k^3 q_c^2}{3m_c^2}\left|I_0\left({}^3S_1, {}^1S_0\right)\right|^2 \tag{4.57}$$

Neglijind contributiile provenind de la integralele de suprapunere, raportul latimilor de dezintegrare va fi proportional cu $(2J+1)k^3$ in cazul tranzitiilor de dipol electric.

Intr-un potential de interactie standard (potentialul liniar + coulombian), predictiile latimilor tranzitiilor de dipol electric: Γ_0, Γ_1 si Γ_2 pentru sistemul $c\bar{c}$ sunt 50, 45 si respectiv 29 KeV, mai mari decit cele experimentale: 18, 17 si 16 KeV, rezultat care este interpretat ca efect al neconsiderarii efectelor relativiste.

Cu presupuneri similare cu cele anterioare, raportul latimilor de tranzitie de dipol magnetic pentru sistemul $c\bar{c}$ este:

$$\frac{\Gamma(\Psi' \to \eta' \text{[illegible]})}{\Gamma(\Psi \to \eta_c + \gamma)} \quad 117 \text{[illegible]} \; 2$$

fata de valoarea experimentala: $\dfrac{(0.2 \div 1.3)\cdot 10^{-3} \cdot 277}{1.3 \cdot 10^{-2} \cdot 87 \; KeV}$ [illegible]

ceea ce indica o concordanta slaba, datorita probabi[illegible] acoperire pentru cele doua stari sunt diferite, adica:

$$I_0(\Psi, \eta_c) \neq I_0(\Psi', \eta'_c) \neq 1$$

dar $I_0(\Psi, \eta'_c) = 0$.

In sectorul mezonilor usori, atit sistemele $s\bar{s}$ cit si $u\bar{u}$ si resp[illegible] similaritate fata de pozitronium (vezi Fig. 4.4 a, b si c).

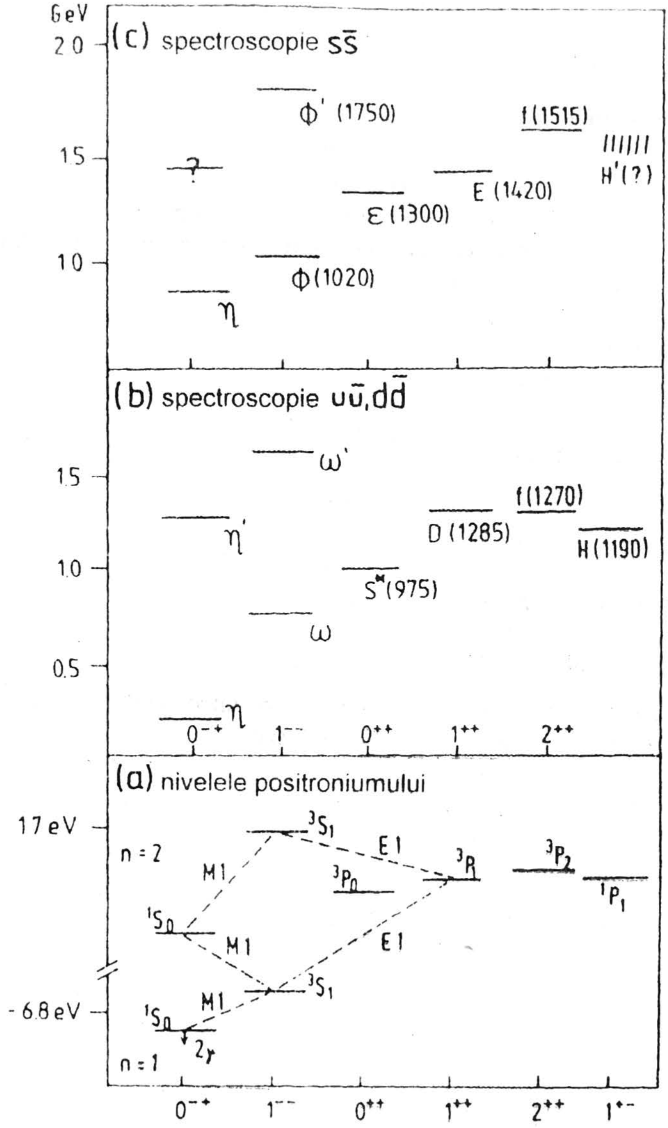


Figura 4.4
Schema de nivele ale mezonilor

Daca pentru spectroscopia sistemelor $c\bar{c}$ si $b\bar{b}$ alegerile maselor pentru cuarci ca parametrii liberi sunt putin sensibile intr-un interval de aproximativ 300 MeV in jurul unor valori de $m_c \sim 1.5$ GeV, respectiv $m_b \sim 5$ GeV (vezi Tab. 4.3 si 4.4), problema este mult mai delicata pentru cuarcii usori.

Tabelul 4.3

Comparatie intre valorile experimentale si rezultatele obtinute pe baza de model pentru functiile ($c\bar{c}$) si ($b\bar{b}$): diferente intre nivelele energetice si rapoarte de dezintegrare

	$c\bar{c}$			$b\bar{b}$		
1^{--} (starea fundamentala)	3095 MeV			9460 MeV		
	(Exp.)	Buchmüller	Martin	(Exp.)	Buchmüller	Martin
(masa cuarcului)		1480 MeV	1800 MeV		4870 MeV	5174 MeV
2S – 1S	589	600	592	561	560	560
$\Gamma_{ee}(2S)/\Gamma_{ee}(1S)$	0.46 $\pm$0.06	0.45	0.40	0.43	0.44	0.41
3S – 1S	935	1020	937	890	890	900
$\Gamma_{ee}(3S)/\Gamma_{ee}(1S)$	0.16?	0.32	0.25	0.32	0.32	0.35
4S – 1S	1319?	1380	1185	1116	1160	1140
$\Gamma_{ee}(4S)/\Gamma_{ee}(1S)$				0.21	0.26	0.27

Tabelul 4.4

Comparatie intre valorile experimentale si rezultatele obtinute pe baza de model pentru functiile ($c\bar{c}$) si ($b\bar{b}$): despicari hiperfine

		Exp.*	Buchmüller	Eichten Feinberg	Beavis
$c\bar{c}$	$2^{++}-1^{++}$	46 MeV	57 MeV	70 MeV	69 MeV
	$1^{++}-0^{++}$	95 MeV	83 MeV	72 MeV	71 MeV
$b\bar{b}$	$2^{++}-1^{++}$	21 MeV	19 MeV	26 MeV	23 MeV
χ_b	$1^{++}-0^{++}$	32 MeV	28 MeV	25 MeV	24 MeV
	$2^{++}-1^{++}$	16 MeV	18 MeV	17 MeV	17 MeV
χ'_b	$1^{++}-0^{++}$	15 MeV	21 MeV	17 MeV	24 MeV

Pentru sistemele usoare, rezultatele obtinute de Metsh si Petry pe baza unui model relativist sunt ilustrate in Figurile 4.5, 4.6 si 4.7.

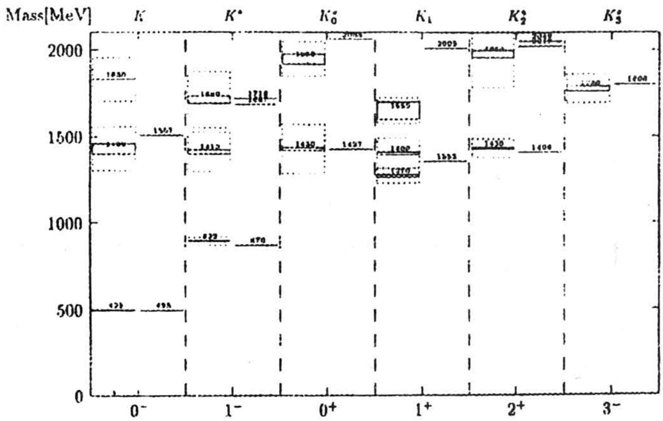


Figura 4.5

Spectrul mezonilor stranii. In partea stinga se indica pozitia experimentala a rezonantei si eroarea (printr-un dreptunghi), largimea de dezintegrare (dreptunghi punctat). Liniile din partea dreapta reprezinta masele calculate

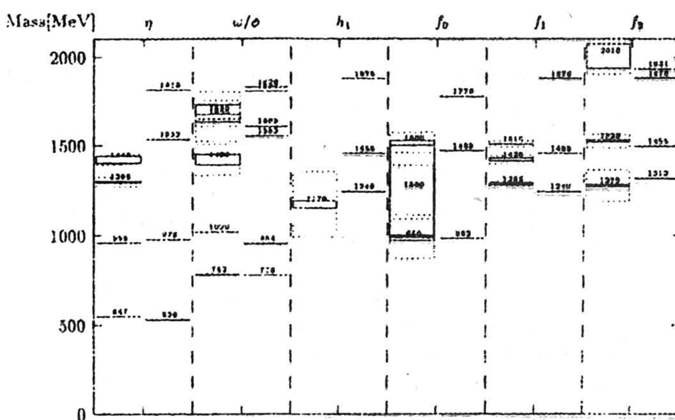


Figura 4.6

Spectrul mezonilor isoscalari.

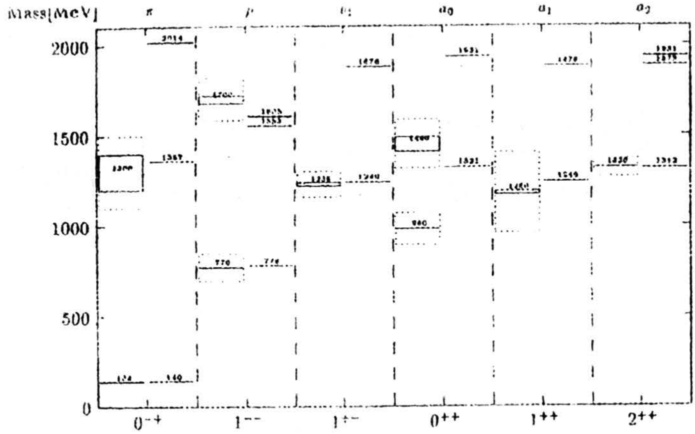


Figura 4.7
Spectrul mezonilor izovectori

Din dezintegrarile radiative ale sistemelor ρ, ω, Φ se pot sugera pentru masele de constituenti pentru cuarci valori in domeniul $m_u = m_d \sim 300 \div 400\ MeV$, $m_s \sim 500\ MeV$, adica valori cu doua orduine de marime mai mari decit cele care rezulta din QCD ($m_u = 2 \div 8\ MeV$, $m_s \sim 5 \div 15\ MeV$, $m_s = 100 \div 300\ MeV$), adica in limita asimptotica $q^2 \to \infty$.

In modelele potentiale, in special cele nerelativiste, masele cuarcilor sunt mari in comparatie cu energiile de legatura: daca pentru $c\bar{c}$ $E_{leg} / 2m_c \approx 0.25$, pentru sistemele de cuarci usori $E_{leg} / 2m_u$, este in jur de 1 pentru modelele de constituenti, si mult mai mare de 1 pentru QCD.

Din analiza potentialului de spin rezulta ca, datorita contributiei masei la potential, despicarile spin-spin si spin-orbita devin mai mari pentru sistemele formate din cuarci usori decit pentru cele formate din cuarci grei.

$$\left(m_\rho - m_\pi\right) > m_{J/\Psi} - m_{\eta_c} \tag{4.58}$$

(experimental: (720 - 140) MeV> (3.097 - 2.979) MeV).

Acest aspect face ca pentru potentialul $V_{spin\text{-}spin}$ nu este aplicabila teoria perturbatiilor.

Acest potential este datorat exclusiv termenului coulombian de interactie, si pentru ca este proportional cu $\delta^3(r)$, dispare pentru undele P.

Atunci, masa starii $^1P_1$ se aseaza in centrul de greutate pentru starile ^3P_J (J = 0, 1, 2), astfel ca:

$$m\left({}^1P_1\right) = \frac{5}{9}m\left({}^3P_2\right) + m\left({}^3P_1\right) + \frac{1}{9}m\left({}^3P_0\right) \tag{4.59}$$

ecuatia prezice, in cazul sistemului, ca aceasta stare este situata la 3522 MeV.

Pentru cuarcii usori, starile ${}^1P_1$ acceptate sunt: $b_1(1235)$: $J^G(J^{PC}) = 1^+(1^{+-})$ si $K_1(1400)$: $I(J^P) = 1/2\ (1^+)$. Concordanta calculelor de model cu aceste valori este remarcabila:

$$m(b_1) = \frac{1}{9}\left(5a_2(1320) + 3a_1(1260) + a_0(980)\right) = 1263\ MeV \tag{4.60a}$$

$$m(K_1) = \frac{1}{9}\left(5K_2^*(1430) + 3K_1(1270) + K_0^*(1430)\right) = 1365\ MeV \tag{4.60b}$$

4.2 Modele de sac de cuarci

Modelele de sac de cuarci au cunoscut un mare succes in perioada anilor '70 - 75, succes care s-a mentinut si ulterior.

In aceasta descriere a hadronilor, caracterul de constringere a cuarcilor este introdus printr-o separare a spatiului in doua faze. In regiunea de faza exterioara, considerata "vidul neperturbativ pentru QCD" orice constituenti colorati de tip cuarci si gluoni sunt interzisi. Pentru faza interioara a hadronilor, "vidul este perturbativ", si cuarcii se misca cuasiliber. Suprafata care separa cele doua faze reprezinta suprafata sacului. La masa fiecarui hadron contribuie esential energia cinetica a cuarcilor din interiorul sacului, si energia de volum a acestuia, produsa de fortele de presiune exercitate de faza externa asupra fazei interne. Deci, in aceasta imagine, hadronii sunt intelesi ca "bule" perturbative ale vidului, de volum V, imersate intr-o stare fundamentala neperturbativa.

In varianta cea mai simpla se considera cavitatea care reprezinta hadronul de forma sferica.

Constringerea cuarcilor intr-o regiune limitata a spatiului verifica ecuatia Dirac:

$$\partial\Psi(x) = m\Psi(x) \tag{4.61a}$$

presupunind pentru acestia o masa m.

Valorile proprii ale energiei cuarcilor intr-o astfel de cavitate, pentru un potential sferic, cu pereti de inaltime infinita, se scrie:

$$E_n = \frac{2.04}{R}\cdot n \tag{4.61b}$$

unde n este numarul de (anti)cuarci constrinsi in sac, si R raza sacului.

Energia totala $E(R)$ este suma dintre energia cuarcilor si energia de volum datorata fluctuatiilor vidului:

$$E(R) = \frac{2.04}{R}\cdot n + \frac{4}{3}\pi R^3 B \tag{4.62}$$

care trebuie minimizata in raport cu R:

$$\frac{dE}{dR} = 0 \qquad (4.63)$$

rezulta ca $R = \left(\frac{n}{2\pi B}\right)^{1/2}$ si $m = E = \frac{8}{3}\frac{n}{R}$

Pentru proton, $E = m_p$ si $n = 3$, si atunci $R = 1.6$ fm, de unde $B^{1/4} = 100$ MeV, deci $B = 12.5$ MeV/fm^3.

Acest rezultat este mai mare decit raza tipica a protonului, dar este plauzibil si acceptabil, tinind cont de simplitatea evaluarii.

Introducind o energie de zero proportionala cu R^{-1}, interactia spin-spin mediata de schimbul unui gluon, o masa a cuarcului straniu de ordinul 350 MeV, si o valoare pentru constanta de cuplaj de ordinul 2.2 (foarte mare!), se pot obtine pentru mezoni mase in concordanta cu modelele potentiale; astfel, masa mezonului este:

$$m_{mezon}(R) = E_0 + E_V + E_Q + E_M + E_e \qquad (4.64)$$

unde: $E_0 = -\frac{Z_0}{R}$ - energia de zero

$$E_V = \frac{4}{3}\pi R^3 B$$

$$E_Q = N_{ud}\frac{\sqrt{x^2 + m_{ud}^2 R^2}}{R} + N_s\frac{\sqrt{x^2 + m_s^2 R^2}}{R},$$

cu N_q, m_q - numarul, masa si sarcina specifica a cuarcului, si x este impulsul cuarcului in unitati de R^{-1}.

Se observa ca $E_Q + E_V = E(R)$ daca $m = 0$, adica, daca impulsul (in unitati R^{-1}) este $x = 2.04$ (in cazul extrem relativist, $m \to 0$):

$$E_M = a_{ud,ud}M_{ud,ud} + a_{ud,s}M_{ud,s} + a_{s,s}M_{s,s}$$

unde M semnifica interactia magnetica de culoare, iar $a_{q,q}$ este un numar care depinde de sarcina specifica a mezonului.

In ciuda rezultatelor obtinute, exista o serie de dificultati ale acestor modele. Modelele de sac de cuarci sunt departe de a fi perfecte. Ele nu dau o buna descriere a excitatiilor radiale si orbitale. Acest defect este legat de problema centrului de masa. O calitate a unor variante ale modelelor de sac de cuarci este aceea ca cuarcii sunt tratati relativist. Pretul platit pentru aceasta este ca fiecare hadron este descris ca avind functia de unda - produs al functiilor de unda pentru cuarcii individuali, si in consecinta centrul de masa al hadronului nu este in repaus. Nu exista o metoda simpla de a inlatura aceasta dificultate, si diferitele variante utilizate pentru a realiza corectia conduc la dezacord.

Toate teoriile microscopice ale fortelor nucleare trebuie sa regaseasca la distante de separare mari modelul schimbului de pioni (Yukawa), deci exista o serie de teste care pot fi verificate experimental, mai ales in cazul deuteronului. Rezolvarea acestei situatii presupune introducerea suplimentara a unei contributii difuze la suprafata sacului, presupunind un cuplaj direct cuarc - pion, sau presupunerea ca mecanismul dominant la distanta mare il reprezinta schimbul unei perechi cuarc - anticuarc. Acest fapt face ca structura sacului sa fie mai complexa decit simpla adaugare a unei perechi $q\bar{q}$.

4.3 Modele nerelativiste pentru barioni

4.3.1 Modelul de oscilator armonic in studiul barionilor. Consideratii generale

Pentru inceput, voi considera cazul oscilatorului armonic unidimensional. Hamiltonianul corespunzator acestei probleme se exprima ca:

$$H = \frac{P^2}{2M} + \frac{1}{2}kX^2 \tag{4,65}$$

si poate fi scris sub forma:

$$H = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}h = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}\left(-\frac{d^2}{dx^2} + x^2\right) \tag{4,66}$$

unde am folosit relatia de scalare: $x = \sqrt{km}X$. Hamiltonianul redus are valorile proprii

$$\varepsilon_n = 1 + 2n \qquad \text{cu } n = 0,1,2...$$

si functiile proprii:

$$\Phi_0(x) = \pi^{-1/2}\exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right) \tag{4.67a}$$

$$\Phi_n(x) = \left(2^n n!\right)\left(x - \frac{d}{dx}\right)^n \Phi_0(x) = \left(2^n n!\right)^{-1/2} H_n(x)\Phi_0(x) \tag{4.67b}$$

unde $H_n(x)$ sunt polinoamele Hermite, care au forma:

$$H_n(x) = (-1)^n \exp(x^2)\left[\left(\frac{d^2}{dx^2}\right)\exp\left(-x^2\right)\right] \tag{4.68}$$

(a nu se confunda cu H care exprima hamiltonianul!)

Cazul oscilatorului armonic tridimensional este complet rezolvabila si poate servi ca o baza convenabila pentru alte potentiale.

Notind cu h_3 partea independenta de scala a hamiltonianului:

$$H = \frac{P^2}{2M} + \frac{1}{2}kR^2 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{M}}h_3 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{M}}\left(-\Delta + \vec{r}^{\,2}\right) \tag{4.69}$$

se vede ca aceasta poate fi scrisa ca:

$$h_3 = h_1(x) + h_1(y) + h_1(z) \tag{4.70}$$

rezultind valorile proprii:

$$\varepsilon_N = 3 + 2N \text{, cu } N = 0,\ 1,\ 2,\ldots \tag{4.71}$$

O baza posibila pentru functiile de unda este:

$$\Psi_{n_x,n_y,n_z}(\vec{r}) = \Phi_{n_x}(x)\Phi_{n_y}(y)\Phi_{n_z}(z) \tag{4.72}$$

degenerarea este: $d_N^{(3)} = \frac{1}{2}(N+1)\cdot(N+2)$

O cale alternativa de abordare o constituie utilizarea coordonatelor sferice. Aceasta tratare conduce la o notatie noua a valorilor proprii:

$$\varepsilon_{n,l} = 3 + 4n + 2l \tag{4.73}$$

Aici l reprezinta momentul cinetic orbital si n reprezinta numarul de noduri pentru functia de unda radiala redusa $u_{n,l}(\vec{r})$, a carei expresie este:

$$u_{n,l}(\vec{r}) = \sqrt{\frac{2n!}{\Gamma\left(n + l + \frac{3}{2}\right)}}\, r^{l+1} L_n^{l+1/2}\left(r^2\right)\exp\left(-\frac{1}{2}r^2\right) \tag{4.74}$$

L reprezinta polinoamele Laguerre; forma generala pentru acestea este:

$$L_n^{\alpha}(x) = \sum_{m=0}^{n} \frac{\Gamma(n+\alpha+1)}{\Gamma(n-m+1)\Gamma(\alpha+m+1)}\frac{(-x)^m}{m!} \tag{4.75a}$$

iar functia generatoare este data de:

$$(1-\nu)^{-\alpha-1}\exp\left(\frac{x\nu}{\nu-1}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \nu^n L_n^{\alpha}(x) \tag{4.75b}$$

$$\left[-\frac{d}{dr}-\frac{l+1}{r}+r\right]u_{n+1,l}(r)=-\sqrt{4n+4}\,u_{n,l+1}(r) \tag{4.76a}$$

$$\left[-\frac{d}{dr}-\frac{l+1}{r}+r\right]u_{n,l+1}(r)=-\sqrt{4n+4}\,u_{n+1,l}(r) \tag{4.76b}$$

$$\left[-\frac{d}{dr}-\frac{l+1}{r}-r\right]u_{n+1,l}(r)=-\sqrt{4n+4l+6}\,u_{n,l+1}(r) \tag{4.76c}$$

$$\left[-\frac{d}{dr}-\frac{l+1}{r}-r\right]u_{n,l+1}(r)=-\sqrt{4n+4l+6}\,u_{n+1,l}(r) \tag{4.76d}$$

$$\int_0^\infty u_{0,l}^2(r)r^\beta dr=\frac{\Gamma\left(\frac{3}{2}+l+\frac{\beta}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{2}+l\right)} \tag{4.77}$$

Asa cum am aratat, exista cel putin doua baze diferite pentru exprimarea functiilor proprii, $\left|n_x,n_y,n_z\right\rangle$ si $\left|n,l,m\right\rangle$. Intre cele doua baze exista relatia de legatura:

$$N=n_x+n_y+n_z=2n+l \tag{4.78}$$

4.3.2 Oscilatorul armonic in cazul unui sistem de trei corpuri de mase egale

In aceasta situatie, hamiltonianul este simetric, si are forma:

$$H=\frac{\vec{p}_1^{\,2}}{2m}+\frac{\vec{p}_2^{\,2}}{2m}+\frac{\vec{p}_3^{\,2}}{2m}+\frac{1}{2}k\left(\vec{r}_{12}^{\,2}+\vec{r}_{23}^{\,2}+\vec{r}_{31}^{\,2}\right) \tag{4.79}$$

unde $\vec{r}_{ij}=\vec{r}_i-\vec{r}_j$ reprezinta distanta relativa intre corpuri. Introducerea coordonatelor Jacobi permite separarea hamiltonianului intr-o parte corespunzatoare miscarii centrului de masa (care este zero in sistemul de referinta al barionului), si o parte de interactie intre constituenti.

Coordonatele Jacobi au forma:

$$\begin{aligned}\vec{\rho}&=\vec{r}_2-\vec{r}_1\\ \vec{\lambda}&=\left(2\vec{r}_3-\vec{r}_1-\vec{r}_2\right)/\sqrt{3}\\ \vec{R}&=\left(\vec{r}_1+\vec{r}_2+\vec{r}_3\right)/3\end{aligned} \tag{4.80}$$

si corespunzator acestora se definesc impulsurile conjugate: $\vec{p}_\rho$, $\vec{p}_\lambda$, $\vec{p}_R$. Prin aceasta schimbare de variabila, hamiltonianul sistemului (4.79) capata forma:

$$H = \frac{\vec{p}_R^{\,2}}{6m} + \frac{\vec{p}_\rho^{\,2}}{m} + \frac{\vec{p}_\lambda^{\,2}}{m} + \frac{3}{4}k\left(\vec{\rho}^{\,2} + \vec{\lambda}^2\right) \tag{4.81}$$

In aceasta scriere, hamiltonianul de interactie apare ca o suma de termeni reprezentind cazul a doi oscilatori armonici tridimensionali. Atunci, valorile proprii sunt:

$$E_N = \sqrt{\frac{3}{4}\frac{k}{m}}\left(6 + 2N\right), \text{ cu } N = 2n_\rho + l_\rho + 2n_\lambda + l_\lambda \tag{4.82}$$

Degenerarea asociata este:

$$d_N^{(6)} = \frac{1}{120}(N+1)(N+2)(N+3)(N+4)(N+5) \tag{4.83}$$

Indicele (6) se refera la cei doi oscilatori.

Baza pentru starile proprii poate fi exprimata ca:

$$\left|n_\rho,\ l_\rho,\ m_\rho; n_\lambda,\ l_\lambda,\ m_\lambda\right\rangle = \left|n_\rho,\ l_\rho,\ m_\rho\right\rangle \otimes \left|n_\lambda,\ l_\lambda,\ m_\lambda\right\rangle \tag{4.84}$$

care poate fi stabilita utilizind coeficientii Clebsch - Gordon pentru cuplarea a doua stari la o stare totala de moment unghiular: $l = l_\rho + l_\lambda$

Trebuie tinut cont de proprietatile de simetrie si de principiul Pauli, si aceasta implica recombinarea starilor cu aceleasi numere cuantice N, l si m, pentru a obtine stari cu simetrie bine definita la permutari (grupul de permutari corespunzator este cunoscut ca S_3).

Pentru 3 cuarci, exista 6 permutari distincte, generate de 2 operatori:

$$P_{\rightarrow}(1,2,3) = (2,3,1) \tag{4.85a}$$

$$P_{12}(1,2,3) = (2,1,3) \tag{4.85b}$$

Exista trei tipuri de comportari de baza, sau in alte cuvinte trei tipuri de reprezentari ireductibile pentru grupul S_3:

i) comportare complet simetrica:

$$\vec{\rho}^{\,2} + \vec{\lambda}^2 = \frac{2}{3}\left(\vec{r}_{12}^{\,2} + \vec{r}_{23}^{\,2} + \vec{r}_{32}^{\,2}\right)$$

$$\left(\vec{\lambda}^2 - \vec{\rho}^{\,2}\right)^2 = 4\left(\vec{\lambda}\cdot\vec{\rho}\right)^2$$

ii) comportare complet antisimetrica:

$P_{\rightarrow} f = f = -P_{12} f$ cu posibilele exemple: ε_{ijk}, $\vec{\rho}, \vec{\lambda}$

iii) comportare cu simetrie mixta, prototipul fiind chiar coordonatele Jacobi $\vec{\rho}$ si $\vec{\lambda}$.

Orice functie de trei cuarci poate fi separata intr-o suma de functii cu comportarile de baza, utilizind identitatile de mai jos:

$$
\begin{aligned}
1 &= \frac{1}{2}\left(1+P_{12}\right)+\frac{1}{2}\left(1-P_{12}\right) \\
1 &= \frac{1}{3}\left(1+P_{\rightarrow}+P_{\rightarrow}^{2}\right)+\frac{1}{3}\left(1+jP_{\rightarrow}+j^{2}P_{\rightarrow}^{2}\right)+\frac{1}{3}\left(1+j^{2}P_{\rightarrow}+jP_{\rightarrow}^{2}\right)
\end{aligned}
\tag{4.86}
$$

unde: $P_{\rightarrow}z = jz$

$P_{\rightarrow}^{2}z = j^{2}z$

$P_{12}z = z^{*}$

iar $j = \exp(2i\pi/3)$ este valoarea uzuala.

Asa cum am aratat anterior, in cromodinamica, numarul cuantic de culoare respecta regulile de simetrie tot ale grupului SU(3). In barioni, in urma cuplarii la cei trei cuarci a numarului cuantic de culoare, functia de unda rezultanta trebuie sa formeze un singlet, notat schematic ca $\Phi_c = \varepsilon_{ijk}\Phi_c^i\Phi_c^j\Phi_c^k$, si care este antisimetric la schimbari intre ei ai constituentilor. Aceasta proprietate reprezinta in fapt ratiunea introducerii numarului cuantic de culoare. In completarea functiei de unda pentru barioni trebuie introduse componentele de spin si de izospin, cu pastrarea caracterului antisimetric al functiei de unda totale.

4.3.3 Oscilatorul armonic in cazul unui sistem de trei corpuri de mase inegale

Pentru mase inegale, in rezolvarea oscilatorului armonic se pot alege tot coordonate Jacobi, definite ca:

$$\vec{\rho} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \tag{4.87}$$

$$\vec{\lambda} = \left(\vec{r}_3 - \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1+m_2}\right)\cdot\left(\frac{m_3(m_1+m_2)^2}{m_1m_2(m_1+m_2+m_3)}\right)^{1/2} \tag{4.88}$$

In cazul general, prin utilizarea acestor coordonate, hamiltonianul nu este complet separabil.

Daca doi dintre constituenti au mase egale:

$m_1 = m_2 = m$

$m_3 = m'$

coordonatele Jacobi devin:

$$\vec{\rho} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \tag{4.87'}$$

$$\vec{\lambda} = \left(2\vec{r}_3 - \vec{r}_1 - \vec{r}_2\right) \cdot \left(m'\left(2m + m'\right)\right)^{1/2} \tag{4.88'}$$

si hamiltonianul corespunzator oscilatorului armonic este rezolvabil exact. Astfel, hamiltonianul redus este:

$$H = \sum_i \frac{\vec{p}_i^{\,2}}{2m_i} + \frac{1}{2}k\sum_{i,j}\vec{r}_{ij}^{\,2} \tag{4.89}$$

si capata forma separabila:

$$\widetilde{H} = \frac{\vec{p}_\rho^{\,2}}{m} + \frac{3}{4}k\vec{\rho}^{\,2} + \frac{\vec{p}_\lambda^{\,2}}{m} + \frac{3}{4}k\frac{m}{\mu}\vec{\lambda}^2 \tag{4.90}$$

unde: $\dfrac{1}{\mu} = \dfrac{1}{3m} + \dfrac{2}{3m'}$

Corespunzator acestui hamiltonian, starile proprii energetice sunt:

$$E\left(n_\rho, l_\rho, n_\lambda, l_\lambda\right) = \left(\frac{3k}{4m}\right)^{1/2}\left(3 + 4n_\rho + 2l_\rho\right) + \left(\frac{3k}{4\mu}\right)^{1/2}\left(3 + 4n_\lambda + 2l_\lambda\right) \tag{4.91}$$

iar functiile de unda:

$$\Psi\left(n_\rho, l_\rho, n_\lambda, l_\lambda; \vec{\rho}, \vec{\lambda}\right) = \left(\alpha_\rho \alpha_\lambda\right)^{3/4}\left[\Phi_{n_\rho l_\rho m_\rho}\left(\alpha_\rho \vec{\rho}\right) + \Phi_{n_\lambda l_\lambda m_\lambda}\left(\alpha_\lambda \vec{\lambda}\right)\right]_{l\,m}$$

unde: $\alpha_\rho = \left(\dfrac{3km}{4}\right)^{1/2}$, $\alpha_\lambda = \left(\dfrac{3km^2}{4}\right)^{1/2}$.

Daca $m' > m$, ca in cazul barionilor Λ, Λ_c sau Λ_b, atunci $\mu > m$, si excitatiile de tipul λ sunt mai joase decit analogul lor de tipul ρ. Inversul este adevarat daca $m' < m$.

4.3.4 Metoda variationala

Extinderi ale interactiei presupun includerea fortelor spin - spin, sau ale interactiei de trei corpuri. Tratarea matematica este realizata cu ajutorul metodelor variationale.

Calculele variationale, bazate pe principiul Rayleigh - Ritz permit determinarea starii fundamentale:

$$E_0 = \left\langle \Psi_0 \middle| \widetilde{H} \middle| \Psi_0 \right\rangle \equiv \min\left\langle \varphi \middle| \widetilde{H} \middle| \varphi \right\rangle \tag{4.93}$$

Prin aceasta metoda, energia de legatura este mai bine aproximata decit functia de unda, si acest fapt trebuie sa fie utilizat in aplicatii.

Aceasta procedura de minimizare poate fi aplicata pentru fiecare stare fundamentala, pentru orice sector cu paritate, moment cinetic sau proprietati de permutare definite. Energia starii poate fi aproximata folosind functiile de unda de proba, care poarta numere cuantice apropiate.

Dificultati serioase apar pentru excitatiile radiale. Se pot ignora problemele legate de ortogonalitate si se cauta valorile stationare pentru functionala:

$$E[\varphi] = \langle \varphi | \widetilde{H} | \varphi \rangle \tag{4.94}$$

pentru fiecare nivel in mod independent,dar fara nici o garantie de succes.

O cautare mai sistematica consta in introducerea unui set de n functii de unda ortogonale $f_i\left(\alpha; \vec{\rho}, \vec{\lambda}\right)$, care apartin subspatiului $H_n(\alpha)$, unde α este o notatie generica pentru toti parametrii. Pentru orice α dat, se diagonalizeaza hamiltonianul redus $\widetilde{H}$, rezultind valorile proprii $\varepsilon_0(\alpha)$, $\varepsilon_1(\alpha)$, $\ldots, \varepsilon_n(\alpha)$. Cea mai buna aproximatie a starii j se obtine impunind conditii de minim, in raport cu toti parametrii α nivelului $\varepsilon_{j-1}(\alpha)$. In general se obtin seturi diferite de parametri pentru fiecare nivel, si in consecinta ortogonalitatea starilor s-a pierdut. Pentru restabilirea ortogonalitatii, se va adopta un set de valori de compromis pentru parametrii prin includerea tuturor nivelelor de interes.

Ca rezultat al aplicarii metodelor variationale, se obtin citeva concluzii interesante. Astfel, in cazul unei interactii de tip putere intre constituenti, $\sum B_{ij} r_{ij}^{\beta}$, energia de legatura obtinuta variational are dependenta:

$$E \sim \mu^{-\beta/(\beta+2)} \gamma^{\beta/(\beta+2)} \tag{4.95}$$

daca toti cuarcii au nivelele multiplicate cu ν, si coeficiantii B_{ij} depind de γ.

Daca Ψ' este aproximatia variationala pentru functia de unda corespunzatoare hamiltonianului, T fiind operatorul de energie cinetica, atunci:

$$\langle \Psi | T | \Psi \rangle = \frac{1}{2} \langle \Psi | \sum r_i \frac{\partial V}{\partial r_i} | \Psi \rangle \tag{4.96}$$

care este teorema virialului.

Pentru un potential independent de sarcina specifica a cuarcului, sunt valabile inegalitatile:

$$E^{\mathrm{var}}\left(Q\overline{Q}\right) + E^{\mathrm{var}}\left(q\overline{q}\right) \leq 2E^{\mathrm{var}}\left(Q\overline{q}\right)$$

$$E^{\mathrm{var}}(qqq) \geq \frac{3}{2} E^{\mathrm{var}}\left(q\overline{q}\right)$$

Metoda de studiu variational folosind oscilatori armonici este posibila atit pentru barioni, cit si pentru mezoni.

In principiu, parametrul variational k va fi optimizat pentru fiecare $N = 2n_\rho + l_\rho + 2n_\lambda + l_\lambda$. Pentru valori mari ale lui N sunt necesare calcule laborioase, si apar probleme de stabilitate numerica. Atunci, in practica se optimizeaza k pentru citeva valori mici, pentru N', si cu k fixat se face extinderea spre stari mai inalte.

In practica, exista o serie de parametrizari alternative pentru functia de unda, care dau rezultate foarte bune. Un astfel de exemplu este parametrizarea functiei de unda cu gaussiene, metoda larg folosita in fizica moleculei.

Vom discuta metoda in cazul cel mai simplu al unui sistem de doua corpuri.

Functia de unda radiala se scrie in acest caz:

$$R_{n,l} = \frac{u_{n,l}(r)}{r} = \sum_{i=1}^{q} c_i \left(\frac{\Gamma(3/2)}{\Gamma(3/2+l)} \right)^{1/2} \left(\sqrt{\alpha_i} r\right) \left(\frac{\alpha_i}{\pi} \right)^{3/4} \exp\left(-\frac{1}{2}\alpha_i r^2 \right) \quad (4.97)$$

si se optimizeaza α_i si c_i. Pentru α_i dati, c_i pot fi obtinuti printr-o simpla diagonalizare de matrice. α_i sunt determinati prin algoritmi standard de minimizare. Termenul cu $i = 1$ coincide cu $N = 0$ din dezvoltarea de oscilator armonic.

Pentru barioni simetrici:

$$\Psi = \varphi_\alpha^3 = \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^{3/2} \exp\left[-\frac{1}{2}\alpha\left(\rho^2 + \lambda^2\right) \right] \quad (4.98)$$

Aceasta stare, cu $N = 0$, corespunde in dezvoltarea gaussiana la starea 1S, cu $l_\rho = l_\lambda = 0$. Similar, se pot defini parametrizarile 2S, 3S, etc., presupunind q = 2, 3,..., adica $\Psi = \sum_{i=1}^{q} c_i \varphi_{\alpha_i}^S$. Introducerea excitarilor unghiulare $l_\rho = l_\lambda > 0$ va conduce la configuratii de tipul qP, qD, care pot fi adaugate la cele qS.

Astfel:

$$\varphi_\alpha^P(\rho,\lambda) = \frac{2}{\sqrt{3}}\alpha\vec{\rho} - \vec{\lambda}\varphi_\alpha^S(\rho,\lambda)$$

$$\varphi_\alpha^D(\rho,\lambda) = \frac{2}{3\sqrt{5}}\alpha^2\left[3\left(\vec{\rho}\vec{\lambda}\right)^2 - \rho^2\lambda^2\right]\varphi_\alpha^S(\rho,\lambda)$$

In cazul particular al starii fundamentale qqq pentru stari de masa m = 1 legate printr-un potential $V = \frac{1}{2}\sum r_{ij}$ se obtin rezultate concordante intre cele doua metode discutate pina la $N = 6$.

In cazul unor barioni in care doi dintre cuarci au masele egale, de exemplu qqQ, Qqq, cu $q << Q$, functia de unda variationala va contine doi parametri asociati variabilelor ρ si λ, adica va fi de forma:

$$\varphi^{s}_{\alpha\beta} = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/4}\left(\frac{\beta}{\pi}\right)^{3/4} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\alpha\vec{\rho}^{2} + \beta\vec{\lambda}^{2}\right)\right] \tag{4.99}$$

Considerind si numai un parametru, aproximatia pentru sistem este satisfacatoare pentru ca valorile acestuia se vor ajusta in acord cu asimetria sistemului. Pentru sistemele cu configuratie Qqq, excitatiile orbitale interne joaca un rol mai putin important decit descrierea corecta si detaliata in unda S.

4.4 Relatii de ingalitate intre masele hadronilor

In acest paragraf vom discuta mai intii dependenta de masa a energiei de legatura de 3 corpuri, si vom stabili o serie de relatii intre masele barionilor, functie de cuarcii constituenti.

i) dependenta de masa a energiei de legatura pentru 3 corpuri. Hamiltonianul:

$$H = \sum_{i} \frac{\vec{p}_i^{\,2}}{2m_i} + U(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)$$

depinde invers proportional de masa constituentilor, asa ca pentru $E_0(m_1, m_2, m_3)$, energia cea mai mica este o functie concava depinzind de fiecare m_i^{-1}. Acest aspect reprezinta o consecinta importanta a independentei de sarcina a unui potential central U.

Ca o prima aplicatie, se pot compara masele sistemelor $\Lambda_b(bud), \Lambda_c(cud)$, si $\Lambda(sud)$. Se gaseste urmatoarea relatie:

$$E(\Lambda_b) \le \frac{m_b^{-1} - m_c^{-1}}{m_s^{-1} - m_c^{-1}} E(\Lambda) + \frac{m_b^{-1} - m_c^{-1}}{m_c^{-1} - m_s^{-1}} E(\Lambda_c) \tag{4.101}$$

Daca in hamiltonian se tine cont si de interactia de spin, atunci aceasta parte a interactiei se exprima ca:

$$H_{HF} = \sum_{i,j} U_{SS}(\vec{r}) \frac{\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j}{m_i m_j} \tag{4.102}$$

unde $U_{SS}(\vec{r})$ reprezinta potentialul de contact pentru interactia de spin si este independent de cuarc. Hamiltonianul ramine in continuare cu dependenta de m_i^{-1}, si inegalitatea (4.101) se pastreaza.

Un alt exemplu il constituie cel al barionilor cu doi cuarci grei: $\Xi_{bb}(bbq)$, $\Xi(ccq)$, si $\Xi(ssq)$. Daca aproximatia hamiltonianului central ramine valabila, atunci:

$$E(\Xi_{bb}) \le \frac{m_b^{-1} - m_c^{-1}}{m_s^{-1} - m_c^{-1}} E(\Xi) + \frac{m_b^{-1} - m_c^{-1}}{m_c^{-1} - m_s^{-1}} E(\Xi_{cc}) \qquad (4.103)$$

Corectiile hiperfine se manifesta ca $(m_q m_q)^{-1}$, si acest termen este liniar in m_Q^{-1}, dar mai apare si o dependenta de forma $U_{SS}(r_{12})m_Q^{-2}$, care din pacate strica concavitatea in m_Q^{-1}.

Intr-un alt sector barionic poate fi analizata secventa: $\Xi^*(ssq)$, $\Omega^-(sss)$, $\Omega_c^*(ssc)$, in care cele trei particule implicate au spinul 3/2. Diferentele intre ele apar prin substituirea succesiva a unui cuarc usor cu unul straniu sau cu charm. Hamilonianul, incluzind si termenul hiperfin este liniar in inversul masei acestiu constituent, si in consecinta este valabila relatia:

$$E(\Omega_c^*) \le \frac{m_b^{-1} - m_c^{-1}}{m_s^{-1} - m_c^{-1}} E(\Omega) + \frac{m_b^{-1} - m_c^{-1}}{m_c^{-1} - m_s^{-1}} E(\Xi^*) \qquad (4.104)$$

Limitele superioare pentru relatia prezentata depind de masele constituentilor, fapt care face ca comparatia cu datele experimentale sa nu fie directa si sa depinda de model. Din aceasta cauza este de dorit gasirea unor inegalitati mai comode. Daca se considera, de exemplu, cazul a doua particule, relatia care se obtine este:

$$Q\bar{q} + q\bar{q} < 2Q\bar{q} \qquad (4.105)$$

si care se poate generaliza direct pentru barioni:

$$B(MMm') + B(mmm') \le 2B(mmm') \qquad (4.106)$$

Aceasta inegalitate este satisfacuta in toate evaluarile numerice bazate pe potentiale rezonabile, netede.

O problema interesanta care se pune in contextul discutat este urmatoarea: in cazul unui sistem de N particule, daca $E(J)$ exprima energia starii fundamentale in cazul in care momentul cinetic total este J, atunci $E(J) > E(0)$, pentru $J \ge 1$.

Aceasta proprietate de interes pentru cazul barionilor nu a fost demonstrata, dar a fost verificata intr-o serie de situatii particulare. Astfel, in cazul fortelor de interactie de tip oscilator armonic, in variabile Jacobi nivelele energetice sunt date de expresia:

$$E(n_\rho, l_\rho) + C(2n_\lambda + l_\rho + 3)$$

unde C este o constanta iar $E(n_\rho, l_\rho)$ este o functie crescatoare de l_ρ pentru n_ρ fixat. Starea fundamentala corespunde la $n_\rho = n_\lambda = 0$. Alegerile corespunzatoare pentru l_ρ si l_λ sunt:

$$\left|l_\lambda - l_\rho\right| \le J \le l_\lambda + l_\rho \qquad (*)$$

si este clar ca singura posibilitate este: $J = l_\lambda + l_\rho$, altfel energia ar descreste daca am micsora valorile lui l_ρ sau l_λ.

In baza generata de variabilele Jacobi se poate exprima orice stare ca o suma de componente . In cazul unui sistem slab legat, operatorul de energie cinetica are, pentru mase egale, expresia:

$$\langle T\rangle = -\frac{1}{m}\frac{d^2}{d\rho^2} + \frac{1}{m}\frac{l_\rho(l_\rho+1)}{\rho^2} - \left(\frac{1}{m}+\frac{1}{2m}\right)\cdot\frac{d^2}{d\lambda^2} + \frac{3}{2m}\frac{l_\rho(l_\rho+1)}{\lambda^2}$$

si, utilizind inegalitatea:

$$-\frac{d^2}{dr^2} > \frac{1}{4r^2}$$

se obtine:

$$\langle T\rangle = \frac{1}{m}\frac{l_\rho(l_\rho+1/2)}{\rho^2} + \frac{3}{2m}\frac{l_\rho(l_\rho+1/2)}{\lambda^2}$$

si tinind seama si de (*), $\langle T\rangle$ poate fi minimizata in raport cu l_ρ facind alegerea $J = l_\lambda + l_\rho$. Aceasta conduce la:

$$T \ge \frac{(J+1)^2}{m}\frac{1}{\rho^2 + 2\lambda^2/3}$$

care poate fi reexprimata ca:

$$T \ge \frac{3}{2}\frac{(J+1)^2}{m\left(r_{12}^2 + r_{23}^2 + r_{13}^2\right)}$$

si atunci:

$$E(J) \ge \inf\left[\frac{3}{2}\frac{(J+1)^2}{m\left(r_{12}^2 + r_{23}^2 + r_{13}^2\right)} + \sum V_{ij}(r_{ij})\right]$$

In cazul particular in care este atractiv, valoarea obtinuta coincide cu cazul clasic.

4.5 Relatii intre potentialele cuarc - anticuarc si cuarc - cuarc

In scopul deducerii simultane a spectrelor mezonilor si barionilor se poate adopta asa numita "regula 1/2", in acord cu care:

$$V_{qq} = \frac{1}{2} V_{q\bar{q}} \tag{4.107}$$

Aceasta regula lucreaza fenomenologic rezonabil de bine. Am aratat anterior, in Cap. 2 pe baza proprietatilor de culoare, cum apare si cum se manifesta aceasta proprietate. In cele ce urmeaza, vom discuta citeva argumente in favoarea acestei reguli.

In configuratiile particulare in care doi cuarci coincid, al treilea cuarc trebuie sa fie intr-un multiplet de culoare $\bar{3}$, astfel ca regula sa functioneze exact.

Daca potentialul este imperechiat, atunci in canalul t el contine un singlet de schimb cu un octet de schimb:

$$V_{q\bar{q}} = V_1 + V_8 \tag{4.108}$$

si, din simpla algebra de culoare in SU(3), rezulta:

$$V_{q\bar{q}} = V_1 + \frac{1}{2} V_8 \tag{4.109}$$

Cea mai simpla alegere consta in presupunerea $V_1 = 0$. Dar aceasta presupunere nu poate elimina posibilitatea unei parti care nu are confinare.

Potentialul cunoscut:

$$V = -\frac{a}{r} + br \tag{4.110}$$

poate fi interpretat ca o suprapunere intre o parte de schimb a unui gluon, pentru care regula 1/2 este exacta, si o parte de constringere liniara. Cea mai plauzibila generalizare a termenului ($br = 0$) pentru barioni, care sa respecte proprietatile de invarianta consta in asa-numitul potential de forma Y, adica:

$$V = b \cdot \min(d_1 + d_2 + d_3) \tag{4.111}$$

minimul fiind realizat in raport cu J. Deci suma distantelor intre cuarci trebuie sa fie minima, astfel incit sa se minimizeze potentialul. Se gaseste ca este valabila urmatoarea expresie:

$$\frac{1}{2} \sum r_{ij} \le \min(d_1 + d_2 + d_3) \tag{4.112}$$

astfel ca regula 1/2 actioneaza aproape exact.

Consideram ca reprezinta energia cea mai joasa a unui sistem de trei cuarci identici, corespunzatoare hamiltonianului:

$$H\left(m;\frac{1}{2}V\right) \geq \frac{3}{2}E_2(m;V) \tag{4.113}$$

Aceasta inegalitate poate fi generalizata pentru un sistem de N bozoni ca:

$$E_N\left(m;\frac{1}{2}V\right) \geq \frac{1}{2}N(N-1)E_2(m(N-1);V) \tag{4.114}$$

In cazul starilor fundamentale pentru mezoni si barioni este valabila inegalitatea simpla:

$$QQQ \geq \frac{3}{2}Q\overline{Q} \tag{4.115}$$

Daca cuarcii constituenti sunt diferiti, atunci:

$$Q_1Q_2Q_3 \geq \frac{1}{2}\left(Q_1\overline{Q}_2 + Q_2\overline{Q}_3 + Q_3\overline{Q}_1\right) \tag{4.116}$$

fiind indeplinita conditia pentru fiecare pereche. Independenta de sarcina specifica nu este necesara.

O alta relatie care deriva imediat este:

$$QQQ + \overline{QQQ} \geq 3Q\overline{Q} \tag{4.117}$$

care poate explica cum rearanjarea cuarcilor este un mecanism permis pentru anihilarea simetrica barion - antibarion.

Daca raportul de mase pentru cuarcii Q si q este mare, adica: $M/m >> 1$, atunci este valabila relatia:

$$\overline{QQQ} + qqq > 3\overline{Q}q \tag{4.118}$$

sugerind ca, de exemplu, un antibarion greu, cu charm $C = -3$, nu poate anihila in materie ordinara si va fi imprastiat elestic inainte de a dezintegra slab.

Introducerea efectelor de spin poate fi realizata in aceasta inegalitate. Astfel, pentru unda S, potentialul poate fi exprimat ca:

$$V_{ij} = V_C(r_{ij}) + \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j V_{ss}(r_{ij}) \tag{4.119}$$

cu o parte centrala si una spin-spin. Daca vom tine seama ca in partea de interactie a hamiltonianului intervine si dependenta de masele constituentilor, se pot compara imediat barionii cu spin 3/2 cu mezonii vectoriali utilizind potentialul de triplet de spin. Astfel, se obtin urmatoarele inegalitati, care pot fi comparate cu valorile experimentale exprimate in MeV/c^2.

$$\Omega > \frac{3}{2}\Phi \qquad \left(1672 > \frac{3}{2}\cdot 1020 = 1520\right)$$

$$\Delta > \frac{3}{2}\rho \qquad \left(1232 > \frac{3}{2}\cdot 770 = 1155\right) \tag{4.120}$$

$$K^* > K^* + \frac{1}{2}\rho \qquad (1385 > 1275)$$

$$\Xi^* > \rho + \frac{1}{2}\Phi \qquad (1530 > 1280)$$

Sunt posibile de asemenea o serie de predictii asupra maselor unor stari care nu au fost pus in evidenta experimental:

$$\Omega_{CCC} > \frac{3}{2}J/\Psi = 4545 \text{ MeV/c}^2 \tag{4.121a}$$

$$\Sigma_b^* > B^* + \frac{1}{2}\rho = 5710 \text{ MeV/c}^2 \tag{4.121b}$$

In sectorul barionilor cu spin 1/2, dintre cei 3 cuarci constituenti, putem considera ca:

- o pereche are spinul 1, pentru care $\sigma_{ij} \equiv \left\langle \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j \right\rangle = 1$, ca perechea *ss* in Ξ si din cuplajul cu cel de-al treilea cuarc se obtine spinul 1/2;

sau

- o pereche are spin 0, pentru care $\sigma_{ij} = 3$, ca in cazul perechii *ud* din Λ, si singura posibilitate de cuplare conduce la $S = 1/2$.

In barionii ca Λ, $\sigma_{su} = 0$, iar in Σ, $\sigma_{su} = -2$.

Pentru ca hamiltonianul depinde liniar de $\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j$, se poate utiliza teorema de concavitate (daca hamiltonianul depinde liniar de un parametru λ, adica $H = A + \lambda B$, rezulta ca $d^2E_0 / d\lambda^2 \le 0$), astfel ca sunt valabile inegalitatile:

$$\begin{aligned} M(\sigma = -2) &> \frac{3}{4}M(\sigma = -3) + \frac{1}{4}M(\sigma = 1) \\ M(\sigma = 0) &> \frac{1}{4}M(\sigma = -3) + \frac{3}{4}M(\sigma = 1) \end{aligned} \tag{4.122}$$

In cazul unor barioni cu structura *qqQ*, adica din familiile si , sunt valabile relatiile:

$$\begin{aligned} \Lambda_Q &> \frac{1}{2}(q\bar{q})_{J=0} + \frac{3}{4}(Q\bar{q})_{J=1} + \frac{1}{4}(Q\bar{q})_{J=0} \\ \Sigma_Q &> \frac{1}{2}(q\bar{q})_{J=0} + \frac{1}{4}(Q\bar{q})_{J=1} + \frac{3}{4}(Q\bar{q})_{J=0} \end{aligned} \tag{4.123}$$

care, in inlocuirile concrete sunt verificate; in paranteza, pentru control, sunt date valorile expreimentale exprimate in MeV/c^2.

$$\Lambda > \frac{1}{2}\pi + \frac{3}{4}K^* + \frac{1}{4}K \qquad (1116 > 863)$$
$$\Lambda_C > \frac{1}{2}\rho + \frac{3}{4}D^* + \frac{1}{4}D \qquad (2282 > 2042) \tag{4.123'}$$

si permit predictii pentru barionii bottom sau charm:

$$\Lambda_b > \frac{1}{2}\pi + \frac{3}{4}B^* + \frac{1}{4}B = 5379\ \mathrm{MeV/c^2}$$
$$\Sigma_b > \frac{1}{2}\rho + \frac{3}{4}B + \frac{1}{4}B^* = 5670\ \mathrm{MeV/c^2} \tag{4.124}$$
$$\Xi_{cc} > \frac{1}{2}J/\Psi + \frac{3}{4}D + \frac{1}{4}D^* = 3441\ \mathrm{MeV/c^2}$$
$$\Xi_c^* > \frac{1}{2}K^* + \frac{3}{8}D + \frac{3}{8}D_s^* = 2400\ \mathrm{MeV/c^2}$$

Extinderea acestor relatii in cazul barionilor constituiti din cuarci diferiti necesita modificari ale relatiilor initiale. Astfel, energiile cinetice pot fi exprimate ca:

$$\frac{\vec{p}_1^{\,2}}{2m_1} + \frac{\vec{p}_2^{\,2}}{2m_2} + \frac{\vec{p}_3^{\,2}}{2m_3} = \frac{1}{2}\frac{(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3)}{m_1 + m_2 + m_3} + \frac{1}{2}\sum_{i<j}\frac{(m_j\vec{p}_i - m_i\vec{p}_j)^2}{(m_1 + m_2 + m_3)} \tag{4.125}$$

Atunci, daca introducem variabilele mai comode pentru o astfel de situatie, adica:

$$p_{ij} = \frac{m_j\vec{p}_i - m_i\vec{p}_j}{m_i + m_j}, \quad \mu_{ij} = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}, \quad \widetilde{\mu}_{ij} = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_i + m_j} \tag{4.126}$$

hamiltonianul redus pentru barion este:

$$h_3 = \frac{1}{2}\sum_{i<j}\left[\vec{p}_{ij}^{\,2} / \widetilde{\mu}_{ij} + v(r_{ij})\right] \tag{4.127}$$

si in aceasta exprimare:

$$E_3\left(m_1, m_2, m_3; \frac{1}{2}v\right) \geq \frac{1}{2}\sum_{i<j}E_2(\widetilde{\mu}_{ij}, v) \tag{4.128}$$

care corespunde unei aproximatii foarte bune.

Exista citeva trasaturi noi. In cazul in care $m_1 = m_2 = m$ si $m_3 = M$, obtinem:

$$E_3\left(m, m, M; \frac{1}{2}v\right) \geq \frac{1}{2}E_2(m, v) + E_2(2mM/(m + M), v) \tag{4.129a}$$

$$E_3\left(m,m,M;\frac{1}{2}\nu\right) \geq \frac{1}{2}E_2\left(\frac{1}{2}m,+\frac{1}{4}M,\nu\right) + E_2\left(mM(M+2m)/(m+M)^2,\nu\right)$$

(4.129b)

Pentru $M < 2m$, masele constituentilor cerute de inegalitatea (4.129b) sunt mai mici decit cele corespunzatoare la (4.129a), si in consecinta limita este mai buna. Pentru M mari, cele doua inegalitati conduc la relatiile mai simple:

$$E_3 > \frac{1}{2}E_2(m) + E_2(2m)$$
$$E_3 > \frac{1}{2}E_2(\infty) + E_2(m) \qquad (4.130)$$

E_2 este o functie concava in raport cu inversul masei reduse. Pentru cazul particular al unui potential putere , limitele relatiilor (4.129a) si (4.129b) sunt proportionale respectiv cu functiile:

$$A = \frac{1}{2} + \left[2x/(1+x)\right]^{\gamma}$$
$$B = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{x}{4}\right)^{\gamma} + \left[\frac{x\cdot(2+x)}{(1+x)^2}\right]^{\gamma} \qquad (4.131)$$

unde:

$$\gamma = -\frac{\beta}{\beta+2}$$

si

$$x = \frac{M}{m}$$

Extinderea acestor inegalitati pentru stari excitate nu este o problema simpla, si nu o vom aborda aici.

Capitolul 5

Hadroni exotici

5.1 Hadronii multicuarc

Am aratat anterior ca pentru un sistem de n cuarci colorati care interactioneaza prin schimb de gluoni vectoriali aflati in stari de octet, energia (masa) starii se calculeaza ca:

$$M(n)=\sum_i m_{q_i}+V\left(\lambda_{tot}^2-\frac{4}{3}\cdot n\right) \tag{5.1}$$

λ_{tot}^2 fiind operatorul Casimir de culoare in SU(3), corespunzator reprezentarii sistemului. Daca potentialul de interactie este:

$$V=\frac{3}{4}\left(m_q-\varepsilon\right) \tag{5.2}$$

atunci, in ipoteza ca toti cuarcii au aceiasi masa,

$$M(n)=\frac{3}{4}m_q\lambda_{tot}^2+\frac{3}{4}\varepsilon\cdot\left(\frac{4}{3}n-\lambda_{tot}^2\right) \tag{5.3}$$

Atunci cind masa cuarcului $m_q \to \infty$, masa sistemului ramine finita numai cind $\lambda^2_{tot} = 0$, situatie care se realizeaza numai pentru singletii de culoare, caz in care masa sistemului este $M(n) = n \cdot \varepsilon$.

Fenomenologic, putem considera ca, pentru mezonii sau barionii formati numai din cuarci u si/sau d, de exemplu mezonul ρ(770), si nucleonul N(939), valoarea estimata pentru masa cuarcului este ε ≈ 310 ÷ 380 MeV; pentru hadronii stranii ε ≈ 510 ÷ 560 MeV (de exemplu Φ(1019), Ω(1672)), respectiv ε ≈ 1500 MeV pentru cuarcul c, iar cantitatea de excitare unghiulara contribuie cu circa 400 MeV.

Atunci masele tipice pentru singletii de culoare sunt:

$M(q\bar{q})_{L=0} \sim 700\ MeV$ (pentru sisteme formate numai din u si d);

$M(q\bar{q})_{L=0} \sim 800\ MeV$ (pentru mezonii cu un cuarc straniu);

$M(q\bar{q})_{L=0} \sim 1000\ MeV$ (pentru cei stranii) pe cind pentru barioni aceste evaluari conduc la:

$M(qqq)_{L=0} \sim 1100\ MeV$ (in cazul N si Δ), si respectiv $M(qqq)_{L=0} \sim 1500\ MeV$ in cazul N*, etc.

Introducerea cuplajelor izospin-izospin si spin-spin in schimbul de gluoni va deplasa nivelele de energie ale diferitelor stari de spin in acelasi multiplet.

Reamintesc ca $\langle F_1 \cdot F_2 \rangle = -\frac{4}{3}$ este relevanta in schimbul de gluoni intre q si $\bar{q}$, iar $\langle F_1 \cdot F_2 \rangle_{\bar{3}} = -\frac{2}{3}$ apare intre qq.

Faptul ca in ambele cazuri semnul este negativ, conduce la concluzia ca starile 0^- sunt mai joase in masa decit cele 1^-, si respectiv starile $\frac{1}{2}^+$ mai joase decit starile $\frac{3}{2}^+$.

Interactiile izospin - izospin FF si spin - spin SS conduc la deplasari in masa in raport cu energia medie a multipletului. Pentru ca valoarea acestei deplasari nu poate fi fixata fara introducerea unui potential concret, consider ca aceasta valoare este Δ.

In consecinta vom obtine:

$$0^- - \Delta;\ 1^- + \frac{1}{3}\Delta \tag{5.4a}$$

si respectiv:

$$\frac{1}{2}^+ - \frac{1}{2}\Delta;\ \frac{3}{2}^+ + \frac{1}{2}\Delta \tag{5.4b}$$

Din identificarea cu stari fizice mezonice si barionice, valoarea acestei deplasari este $\Delta \approx 300\ MeV$, si atunci:

$$M\left(u\bar{u},\ d\bar{d}\right)_{0^-} \sim 400\ MeV\ (\eta)$$
$$M\left(u\bar{u},\ d\bar{d}\right)_{1^-} \sim 800\ MeV\ (\rho) \qquad (5.5)$$
$$M(uud)_{\frac{1}{2}^+} \sim 950\ MeV\ (N)$$
$$M(uud)_{\frac{3}{2}^+} \sim 1250\ MeV\ (\Delta)$$

care este intr-o concordanta buna cu lumea particulelor reale.

Dupa $q\bar{q}$, cel mai simplu sistem mezonic ca singlet de culoare este $qq\bar{q}\bar{q}$ (notat $q^2\bar{q}^2$).

Cu masele estimate mai inainte, pentru sistemul $q^2\bar{q}^2$ in unda S masa va fi de ordinul 1400 MeV ($u^2\bar{u}^2$), pina la 2000 MeV pentru $s^2\bar{s}^2$ inainte de introducerea despicarilor dependente de spin. Pentru aceste sisteme in unda S vom avea: $J^P = 0^+, 1^+, 2^+$. Aceste numere cuantice coincid cu cele pe care le au sistemele $q\bar{q}$ in unda P, pentru care ma astept ca masele sa fie de ordinul 1100 MeV inainte de includerea despicarilor dependente de spin. Dupa ce despicarea spin-spin este inclusa, starile cele mai joase vor fi coborite in masa. Starile 0^+ pentru sistemele $q\bar{q}$ si $q^2\bar{q}^2$ pot fi de acelasi ordin de marime.

Un sistem (qq) este continut in reprezentarile: $3\otimes 3 = 6 \oplus \bar{3}$ din SU(3) de sarcina. Continutul explicit si sarcinile acestor multipleti sunt aratate in Tabelul 5.1.

Tabelul 5.1

Structura si sarcinile pentru multipletii $\bar{3}$ si 6 din SU(3)

$3\otimes 3$	=	6	$\oplus$	$\bar{3}$
		$uu \to \frac{4}{3}$		$\frac{1}{\sqrt{2}}(ud - du) \to \frac{1}{3}$
		$\frac{1}{\sqrt{2}}(ud + du) \to \frac{1}{3}$		$\frac{1}{\sqrt{2}}(us - su) \to \frac{1}{3}$
		$dd \to -\frac{2}{3}$		$\frac{1}{\sqrt{2}}(ds - sd) \to -\frac{2}{3}$
		$\frac{1}{\sqrt{2}}(us + su) \to \frac{1}{3}$		
		$\frac{1}{\sqrt{2}}(ds + sd) \to -\frac{2}{3}$		
		$ss \to -\frac{2}{3}$		

In consecinta, $\overline{3} \otimes \overline{3} = \overline{6} \oplus 3$ va conduce la multipleti cu structura si sarcina electrica inversata.

Sistemul $q^2\overline{q}^2$ va avea structura:

$$\left(3 \otimes 3\right) \otimes \left(\overline{3} \otimes \overline{3}\right) = \left(6 \oplus \overline{3}\right) \otimes \left(\overline{6} \oplus 3\right) = 6 \otimes \overline{6} + 6 \otimes 3 + \overline{3} \otimes \overline{6} + \overline{3} \otimes 3 \quad (5.6)$$

Cu diagrame de ponderi, pentru sistemul qq in multipletul $\overline{3}$ avem (vezi Fig. 5.1):

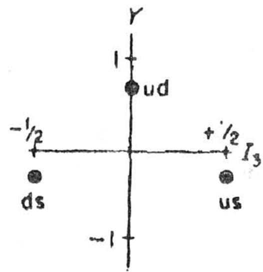


Fig. 5.1
Diagrama de ponderi pentru sistemul qq

in timp ce pentru perechea $\overline{q}\overline{q}$ obtinem Fig. 5.2:

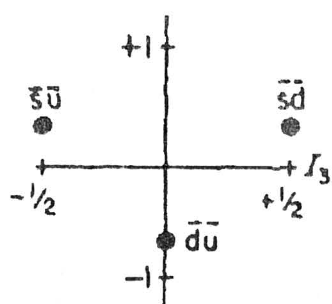


Fig. 5.2
Diagrama de ponderi pentru sistemul $\overline{q}\overline{q}$

Pentru sistemul $q^2\overline{q}^2$ corespunde o structura de nonet, asa cum este indicat in Figura 5.3.

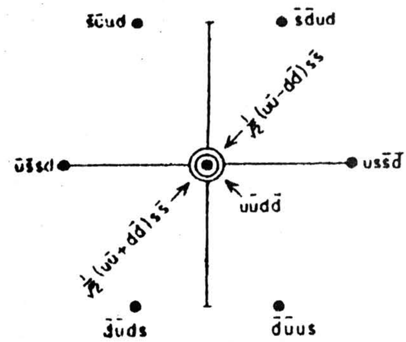


Figura 5.3
Diagrama de ponderi pentru sistemul $q^2\bar{q}^2$

Din principiul lui Pauli rezulta ca numarul de stari permise este J^P.

O pereche de cuarci are spinul $S = 0$ sau 1, in $SU(3)_{aroma}$ acestia pot exista in **multipleti** $\bar{3}$ **sau 6, iar in** $SU(3)_{culoare}$ **in** multipleti de $\bar{3}$ si 6.

Daca in aceste cazuri vom considera optiunea antisimetrica si simetrica la **inversarea indicilor**, principiul de excluziune al lui Pauli permite numai combinatii **antisimetrice la** inversarea indicilor, si atunci, luind in considerare pentru qq (sau $\bar{q}\bar{q}$) **produsul direct** $spin \otimes SU(3) \otimes SU(3)$, sa obtinem urmatoarele combinatii **posibile**:

	qq	$\bar{q}\bar{q}$
ASS	S = 0; 6; $\tilde{6}$	S = 0; $\bar{6}$; $\overset{\approx}{6}$
SAS	S = 1, $\bar{3}$, $\tilde{6}$	S = 1; 3; $\overset{\approx}{6}$
SSA	S = 1; 6, $\tilde{3}$	S = 1; $\bar{6}$; $\tilde{3}$
AAA	S = 0; $\bar{3}$; $\overset{\approx}{3}$	S = 0; 3; $\tilde{3}$

(5.7)

Dintre toate imperecherile posibile intre qq si $\bar{q}\bar{q}$ trebuie selectate numai cele care conduc la stari de singlet de culoare.

Astfel:

$(0^+,6)\otimes(0^+,\overline{6})$	$\overline{6}\ x\ \overline{\tilde{\tilde{6}}}\ \rightarrow\ 0^+,36$
$(0^+,6)\otimes(1^+,3)$	$\tilde{6}\ x\ \overline{\tilde{\tilde{6}}}\ \rightarrow\ 1^+,18$
$(1^+,\overline{3})\otimes(0^+,\overline{6})$	$\overline{\tilde{6}}\ x\ \tilde{\tilde{6}}\ \rightarrow\ 1^+,18$
$(1^+,\overline{3})\otimes(1^+,3)$	$\overline{\tilde{6}}\ x\ \overline{\tilde{\tilde{6}}}\ \rightarrow\ 0^+,1^+,2^+,9$
$(1^+,6)\otimes(1^+,\overline{6})$	$\overline{\tilde{\tilde{3}}}\ x\ \overline{\tilde{\tilde{3}}}\ \rightarrow 0^+,1^+,2^+,36$
$(1^+,6)\otimes(0^+,3)$	$\overline{\tilde{\tilde{3}}}\ x\ \tilde{3}\ \rightarrow 1^+,18$
$(0^+,\overline{3})\otimes(1^+,\overline{6})$	$\overline{\tilde{\tilde{3}}}\ x\ \tilde{3}\ \rightarrow 1^+,\overline{18}$
$(0^+,\overline{3})\otimes(0^+,3)$	$\tilde{\tilde{3}}\ x\ \tilde{3}\ \rightarrow 0^+,9$

(5.8)

Atunci, starile S permise **sunt**:

J^P	Multipletul in care apare
2^+	9, 36
1^+	9, 18, 18*, $\overline{18}$, $\overline{18}$*, 36
0^+	9, 9*, 36, 36*

(5.9)

Valoarea asteptata pentru interactia de schimb de gluoni intre orice q sau $\bar{q}$ din starea $q_1q_2\bar{q}_3\bar{q}_4$ este:

$$H=\Delta\sum_{i\neq j}F_iF_jS_iS_j\equiv-\frac{1}{4}\Delta\sum_{i\neq j}\lambda_i\lambda_jS_iS_j \tag{5.10}$$

In aceasta expresie, Δ da scara de masa a fenomenului. De exemplu:

$$\begin{aligned}9&\equiv\left(1^+,6_c\right)_{3f}\otimes\left(1^+,\overline{6}_c\right)_{\overline{3},f}\\36&\equiv\left(1^+,3_c\right)_{6,f}\otimes\left(1^+,\overline{3}_c\right)_{6,f}\end{aligned} \tag{5.11}$$

Rescriind hamiltonianul, si separind o parte qq sau $\bar{q}\bar{q}$ si alta $q\bar{q}$, rezulta:

$$\begin{aligned}\frac{4H}{\Delta}&=-\left[\lambda_1\lambda_2S_1S_2+\lambda_3\lambda_4S_3S_4\right]-\\&\left[\lambda_1\lambda_3S_1S_3+\lambda_2\lambda_4S_2S_4+\lambda_1\lambda_4S_1S_4+\lambda_2\lambda_3S_2S_3\right]\end{aligned} \tag{5.12}$$

Pentru ca q_1q_2 sau $\bar{q}_3\bar{q}_4$ sunt fiecare stari de 1 spin, atunci:

$$\langle S_1 \cdot S_2 \rangle = \langle S_3 \cdot S_4 \rangle = \frac{1}{4}$$

$$\langle \lambda_1 \lambda_2 \rangle = \langle \lambda_3 \lambda_4 \rangle = \begin{cases} \frac{4}{3} \ in\ 6_c \\ -\frac{8}{3} \ in\ 3_c \end{cases} \tag{5.13}$$

Considerind ca exemplu cazul starii 2^+, toate perechile qq, $\overline{qq}$ sau $q\bar{q}$ sunt in stare de spin 1, si atunci $\langle S_i S_j \rangle = \frac{1}{4}$ pentru toate combinatiile. In consecinta:

$$\begin{aligned} \frac{4H}{\Delta} &= -\frac{1}{4}\left\langle \sum_{i \neq j} \lambda_i \lambda_j \right\rangle \equiv -\frac{1}{4}\left\langle \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_4 + (\lambda_1 + \lambda_3)\cdot(\lambda_2 + \lambda_4) \right\rangle \equiv \\ &\equiv -\frac{1}{4}\left\langle \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_4 + \lambda_{13}^{q\bar{q}} \cdot \lambda_{24}^{q\bar{q}} \right\rangle \end{aligned} \tag{5.14}$$

Pentru orice pereche i,j vom avea:

$$2\lambda_i \lambda_j \equiv \lambda_{i+1}^2 - \lambda_i^2 - \lambda_j^2 \tag{5.15}$$

deci:

$$\begin{aligned} \lambda_1\lambda_3 &\equiv \frac{1}{2}\left(\lambda_{13}^2 - 2\lambda_q^2\right) \\ \lambda_2\lambda_4 &\equiv \frac{1}{2}\left(\lambda_{24}^2 - \lambda_q^2\right) \\ \lambda_{13}\lambda_{24} &\equiv \frac{1}{2}\left(\lambda_{tot}^2 - 2\lambda_{13}^2 - 2\lambda_{24}^2\right) \end{aligned} \tag{5.16}$$

Pentru ca: $\lambda_q^2 \equiv \lambda_{\bar{q}}^2 = +\frac{13}{3}$ pentru 3_c sau $\overline{3}_c$, in final ajungem la:

$$\langle H \rangle = -\frac{1}{16}\cdot\frac{1}{2}\left(\lambda_{tot}^2 - 4\lambda_q^2\right)\Delta = +\frac{2}{3}\Delta \tag{5.17}$$

pentru ca $\lambda_{tot}^2 = 0$ pentru singletul de culoare.

Acest rezultat este independent de valorile separate pentru $\lambda_{13(24)}^2$. Valoarea maxima pentru spin este 2^+ si masele hadronilor din noneti vor fi degenerate.

Daca consideram valoarea pentru $\Delta \approx 300$ MeV, atunci starile 2^+ vor fi urcate cu circa 200 MeV fata de masa medie:

$$M\left(u\bar{u}d\bar{d}\ etc\right)_{2^+} \approx \left\{\frac{1}{2}\left[M\left(u\bar{u},d\bar{d}\right)_0 + M\left(u\bar{u},d\bar{d}\right)_1\right]\right\} \times 2 + \frac{2}{3}\Delta =$$

$$= \left\{\frac{1}{2}(400+800)\right\} \times 2 + 200 = 1200 + 200 = 1400\ (MeV) \tag{5.18a}$$

$$M\left(u\bar{u}s\bar{d},\ldots\right)_{2^+} \approx 1750 \div 2100 \text{ MeV} \tag{5.18b}$$

$$M\left(u\bar{u}s\bar{s},\ldots\right)_{2^+} \approx 1900 \div 1950 \text{ MeV} \tag{5.18c}$$

pentru starile de nonet. In reprezentarea 36, starile 2^+ ar avea masele:

$$M\left(u\bar{u}s\bar{s},\ldots\right)_{2^+} \approx 2050 \div 2100 \text{ MeV} \tag{5.18d}$$

$$M\left(s\bar{s}s\bar{s},\ldots\right)_{2^+} \approx 2200 \div 2250 \text{ MeV} \tag{5.18e}$$

In aceste stari $q^2\bar{q}^2$, spinul si culoarea pot recupla astfel ca sistemul dezintegreaza in:

$$q^2\bar{q}^2 \rightarrow (q\bar{q})(q\bar{q}) \tag{5.19}$$

Considerind ca:

$$(q_1q_2)_{J,A}(\bar{q}_3\bar{q}_4)_{J,B} \leftrightarrow (q_1\bar{q}_3)_{J,C}(q_2\bar{q}_4)_{J,D}. \tag{5.20}$$

$J_{A,B}$ va fi 0^+ sau 1^+, pe cind $J_{C,D}$ sunt 0^-(P) sau 1^-(V). Atunci cind:

$$\left[J_A \otimes J_B\right] = \left[\alpha PP + \beta PV + \gamma VP + \delta VV\right]_J. \tag{5.21}$$

rezultatele sunt:

$$\begin{aligned}
\left(0^+ \otimes 0^+\right)_{0^+} &= \frac{1}{2}PP + \frac{3}{2}VV \\
\left(1^+ \otimes 1^+\right)_{2^+} &= VV \\
\left(1^+ \otimes 1^+\right)_{1^+} &= \frac{1}{2}(PV + VP) \\
\left(1^+ \otimes 1^+\right)_{0^+} &= \frac{3}{2}PP - \frac{1}{2}VV \\
\left(1^+ \otimes 0^+\right)_{1^+} &= -\frac{1}{2}(VP - PV) + \frac{1}{2}VV \\
\left(0^+ \otimes 1^+\right)_{1^+} &= \frac{1}{2}(VP - PV) + \frac{1}{2}VV
\end{aligned} \tag{5.22}$$

In procesul de recuplare a cuarcilor are loc si o recuplare dupa culoare astfel incit sa se obtina culoare alba.

Starea initiala poate cupla $(\bar{3}_c \otimes 3_c)$ si respectiv $(6_c \otimes 6_c)$ la culoarea alba, pe cind starea finala $(q\bar{q})(q\bar{q})$ va fi o combinatie liniara intre $(1_c \otimes 1_c)_{1,c}$ si $(8_c \otimes 8_c)_{1,c}$. Coeficientii caracteristici din recuplare sunt listati in Tabelul 5.2

Tabelul 5.2
Coeficientii Clebsch - Gordan pentru produsele (1 x 1) si respectiv (8 x 8) care conduc la singleti de culoare

	$1_c \otimes 1_c$	$8_c \otimes 8_c$
$3_c \otimes 3_c$	$1/\sqrt{3}$	$-2/\sqrt{3}$
$6_c \otimes 6_c$	$2/\sqrt{3}$	$1/\sqrt{3}$

Cunoasterea recuplarilor de culoare si spin permite calculul produsului $\lambda\lambda ss$ care cere schimbul unui gluon intre q si $\bar{q}$.

5.2 Surse de mezoni gluonici

Cromodinamica sugereaza ca particulele avind cel putin un gluon constituent in structura trebuie sa existe, si aceste particule se numesc "glueball" si/sau hibrizi. Lipsa unei predictii referitoare la existenta si domeniul de masa in care acestea ar putea exista este una dintre deficientele cele mai importante ale modelului standard.

Exista unele calcule teoretice bazate pe modelul de sac de cuarci, sau pe modelul potential, care prezic spectrul de masa pentru glueball, dar practic nu exista concordanta intre ele. Majoritatea lor sugereaza ca cele mai mici mase ale acestor noi stari vor exista in regiunea dintre 0.5 si 2 GeV.

Alte predictii, ca de exemplu cele bazate pe teoria "lattice"-lor sugereaza ca starea cea mai joasa este 0^{++}, ca masa in domeniul 1500 ÷ 1750 MeV, si $m(2^{++})/m(0^{++}) = 1.5$.

Folosind modelul tubului pentru flux, se obtine ca starile hibride cele mai joase sunt in domeniul:

$$m\left(1^{--}, 0^{--}, 1^{-+}, 2^{-+}\right) \cong 1900 \text{ MeV}$$

In consecinta, aceste stari cu structura distincta de cele $q\bar{q}$ se gasesc in acelasi interval de masa ca si membrii normali ai nonetului mezonic.

O problema specifica care apare in acest context consta in metoda de identificare. In continuare vom sugera citeva posibile cai de identificare a starilor gluonice.

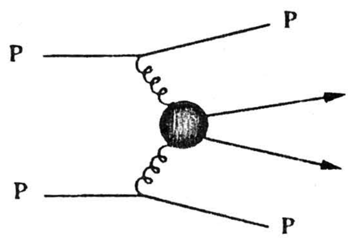
- Identificarea de stari cu numere cuantice J^{PC} interzise pentru mezonii normali $q\overline{q}$, de exemplu $J^{PC} = 1^{-+}$.

- Adesea, cele mai joase stari care nu au structura $q\overline{q}$ sunt prezise a avea aceleasi numere cuantice cu starile comune $q\overline{q}$. Atunci, este necesar sa studiem mai amanuntit extra-starile adica acele stari care au aceleasi numere cuantice cu particulele normale dar ale caror mase sunt suficient de mici ca sa nu poata fi considerate excitari radiale ale starilor normale din nonet.

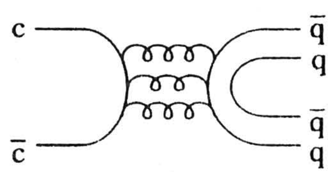
- Daca o stare suplimentara fata de cele "normale" a fost izolata, si ea este un candidat pentru o particula non-$q\overline{q}$, trebuie determinate cu atentie care sunt rapoartele de dezintegrare, in scopul identificarii unora neuzuale, cit si daca acestea apar in procese considerate ca avind loc prin intermediul unor stari considerate gluonice.

In Fig 5.4 sunt indicate citeva configuratii dinamice care sunt considerate surse posibile de gluoni.

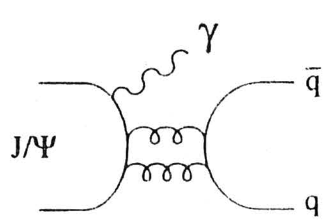
a)



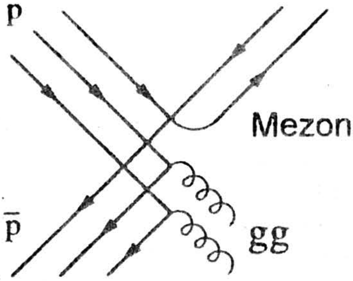
b)



c)



d)



e)

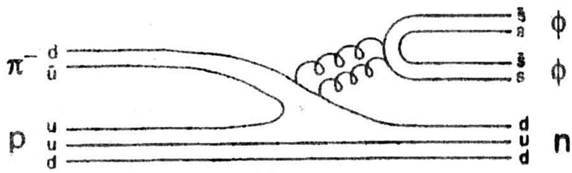


Figura 5.4
Procese de interactie considerate a fi surse de mezoni gloonici

Imprastierea din Fig 5.4 a este cunoscuta in literatura ca imprastierea "pomeron- pomeron": Pomeronul este, in acceptiune teoretica, o structura ce poate fi descrisa ca o stare multicuarc si care este responsabila de valoarea mare a sectiunii de difractive de reactie. In consecinta, schimbul dublu de pomeron este considerat ca o sursa posibila de glueball.

Dezintegrarile J/Ψ sunt de asemenea considerate ca avind un continut mare de gluoni, atit ca dezintegrari hadronice (Fig. 5.4 b) cit si ca dezintegrari radiative (Fig. 5.4 c).

Figura 5.4 d corespunde anihilarii proton - antiproton; regiunea de anihilare a cuarcilor si anticuarcilor este o sursa de gluoni in care pot fi produsi glueball si hibrizi.

Unele reactii hadronice, ca in exemplul din Figura 5.4 e sunt realizate prin mecanisme care presupun intreruperea liniilor de cuarci (anticuarci) intre starile initiala si finala.

Propagarea interactiei este realizata printr-o stare intermediara, care contine gluoni. In principiu, aceste diagrame sunt interzise OZI, iar obtinerea starii finale respective indica o violare a acestei reguli.

5.3 Mezonii hibrizi

Studiile teoretice referitaore la mezonii hibrizi sunt in prezent la inceput. Cea mai simpla structura mezonica hibrida este in esenta de forma: $q\bar{q}g$.

Utilizind urmatoarele notatii:

- $l_{q\bar{q}}$ - impulsul orbital relativ intre q si $\bar{q}$;
- l_g - impulsul orbital relativ intre gluon si centrul de masa al sistemului;
- $S_{q\bar{q}}$ - spinul total al sistemului de cuarci;
- J_g momentul cinetic total al gluonului

si:

$$L = l_{q\bar{q}} + J_g$$

atunci, paritatea si conjugarea de sarcina pentru un astfel de hibrid vor fi date de:

$$P = (-1)^{l_{q\bar{q}}+l_g}$$
$$C = (-1)^{l_{q\bar{q}}+S_{q\bar{q}}+1} \tag{5.23}$$

Vom considera modelul cuarc de constituenti pentru hibrizi, intr-o varianta nerelativista, aplicata unei ecuatii Schrodinger, pentru un potential independent de spin, actionind in spatiul de culoare si de configuratii. Potentialul este reprezentat printr-o matrice in spatiul culorii.

Presupunem de asemenea ca interactia este de tip armonic, taria acesteia intre constituenti fiind proportionala cu matricea de culoare (T_j^a). Aceasta alegere sugereaza ideea ca constringerea intre cei doi constituenti trebuie sa fie proportionala cu sarcina lor de culoare.

Hamiltonianul care descrie interactia poate fi scris in urmatoarea forma:

$$H = \frac{p_q^2}{2m_q} + \frac{p_{\bar{q}}^2}{2m_{\bar{q}}} + \frac{p_g^2}{2m_g} + V(r_q, r_{\bar{q}}, r_g) \tag{5.24}$$

unde:

$$V(r_q, r_{\bar{q}}, r_g) = b_0 \sum_a \left[T_q^a T_{\bar{q}}^a (r_q - r_{\bar{q}})^2 + T_g^a T_{\bar{q}}^a (r_g - r_{\bar{q}})^2 + T_g^a T_q^a (r_g - r_q)^2 \right] \tag{5.25}$$

In aceasta scriere, matricea de culoare T^a reprezinta in fapt matricea generatorilor grupului SU(3) de culoare. In notatii consacrate,

$$\left(T_q^a\right)_{ij} = \frac{\lambda_{ij}^a}{2} \tag{5.26}$$

Este absolut necesar ca orice sistem de doi constituenti $(i + j)$ sa aiba reprezentarea de culoare bine definita, astfel incit, prin combinarea cu cel de-al treilea constituent sa obtinem o stare de singlet de culoare.

Aplicind metoda de calcul pentru exprimarea termenilor de interactie operatoriali, obtinem:

$$\sum_a T_i^a T_j^a = \frac{1}{2}\left[\left(T_i^a + T_j^a\right)^2 - \left(T_i^a\right)^2 - \left(T_j^a\right)^2\right]^2 \tag{5.27}$$

In expresia (5.27), $\left(T_i^a\right)^2$, $\left(T_j^a\right)^2$, $\left(T_i^a + T_j^a\right)^2$ **trebuie** sa conduca la valori proprii pentru operatorii Casimir in reprezentari de culoare.

In final:

$$\sum_a T_i^a T_j^a = \alpha_{ij} I \tag{5.28}$$

unde I este matricea identitate in spatiul culorii, iar:

$$\alpha_{ij} \equiv \frac{1}{2}\left[C(k) - C(i) - C(j)\right] \tag{5.29}$$

unde k este al treilea constituent, iar *C(i), C(j)* si *C(k)* repreezinta valorile proprii corespunzatoare operatorilor Casimir.

Cuarcii si anticuarcii gasindu-se in stare fundamentala in reprezentari 3-diemnsionale, $C(3) = 4/3$ (identic pentru cuarci si anticuarci) iar pentru gluon aceasta reprezentare este 8 - diemnsionala, deci $C(8) = 3$.

Pentru $\alpha_{q\bar{q}}$ se obtine valoarea 1/6, iar $\alpha_{qg} = \alpha_{\bar{q}g} = -3/2$ si in final potentialul de interactie este independent de culoare, si toate informatiile despre reprezentarea de culoare provin din α_{ij}.

Formula (5.25) se scrie:

$$V\left(r_q, r_{\bar{q}}, r_g\right) = b_0 \sum_{\substack{i,j=q,\bar{q},g \\ i<j}} \alpha_{ij}\left(r_i - r_j\right)^2 \tag{5.30}$$

Pentru sistemul legat $q\bar{q}g$, hamiltonianul corespunzator starii de singlet de culoare are forma explicita:

$$H_{hibrid} = \frac{P^2}{2M} + \frac{p_{q\bar{q}}^2}{2\mu_{q\bar{q}}} + \frac{k^2}{2\mu_g} - \frac{7b_0}{12} r_{q\bar{q}}^2 - 3b_0 r^2 \tag{5.31}$$

unde:

$$P = p_q + p_{\bar{q}} + p_g$$

este impulsul centrului de masa al sistemului $q\bar{q}g$, si

$$p_{q\bar{q}} = \frac{m_{\bar{q}} p_q - m_q p_{\bar{q}}}{m_q + m_{\bar{q}}}$$

este impulsul relativ al cuarcului q si anticuarcului $\bar{q}$, si:

$$k = \frac{p_g\left(m_q + m_{\bar{q}}\right) - \left(p_q + p_{\bar{q}}\right)m_g}{m_g\left(m_q + m_{\bar{q}}\right)}$$

este impulsul relativ intre gluonul g si perechea $q\bar{q}$.

Variabilele $r_{q\bar{q}}$ si r reprezinta: $r_{q\bar{q}} = r_q - r_{\bar{q}}$ si respectiv: $r = r_g - \frac{r_q + r_{\bar{q}}}{2}$;

$M = m_q + m_{\bar{q}} + m_g$ reprezinta masa totala a sistemului mezonic;

$$\mu_{q\bar{q}} = \frac{m_q m_{\bar{q}}}{m_q + m_{\bar{q}}}$$

este masa redusa a sistemului cuarc - anticuarc, iar:

$$\mu_g = \frac{\left(m_q + m_{\bar{q}}\right)m_g}{m_q + m_{\bar{q}} + m_g}$$

este masa redusa a sistemului.

Starile proprii ale ecuatiei Schrodinger pentru hamiltonianul (5.31) sunt:

$$\Psi_{l_{q\bar{q}}}^{m_{q\bar{q}}}\left(p_{q\bar{q}}\right) = \left\{\frac{16\pi^3 R_{q\bar{q}}^{2l_{q\bar{q}}+3}}{\Gamma\left(\frac{3}{2} + l_{q\bar{q}}\right)}\right\}^{1/2} y_{l_{q\bar{q}}}^{m_{q\bar{q}}}\left(p_{q\bar{q}}\right)\exp\left(-\frac{1}{2}R_{q\bar{q}}^2 p_{q\bar{q}}^2\right) \tag{5.32}$$

si

$$\Psi_{l_g}^{m_g}(k) = \left\{\frac{16\pi^3 R_g^{2l_g+3}}{\Gamma\left(\frac{3}{2} + l_g\right)}\right\}^{1/2} y_{l_g}^{m_g}\left(\vec{k}\right)\exp\left(-\frac{1}{2}R_g^2 k^2\right) \tag{5.33}$$

unde:

$$y_l^m(\vec{p}) \equiv p^l Y_l^m(\theta,\Omega)$$

si unde:

$$R_{q\bar{q}}^2 = \left(2\mu_{q\bar{q}}\left(-7b_0 / 12\right)\right)^{-1/2}$$

$$R_g^2 = \left(2\mu_g\left(-3b_0\right)\right)^{-1/2}$$

In cazul potentialului de tip oscilator armonic, distanta intre nivele energetice este data de

$$\omega = \frac{1}{\mu R^2} \tag{5.34}$$

Particularizare

Pentru mezonii cu structura $q\bar{q}$, hamiltonianul (5.31) se reduce la forma cunoscuta:

$$H' = \frac{P^2}{2M} + \frac{p^2}{2\mu} - \frac{4b_0}{3} r^2 \tag{5.35}$$

unde marimile utilizate au urmatoarele semnificatii:

$$P = p_q + p_{\bar{q}}$$

$$p = \frac{m_{\bar{q}} p_q + m_q p_{\bar{q}}}{m_q + m_{\bar{q}}}$$

$$r = r_q - r_{\bar{q}}$$

$$M = m_q + m_{\bar{q}}$$

$$\mu = \frac{m_q m_{\bar{q}}}{m_q + m_{\bar{q}}}$$

Starile mezonice sunt descrise ca stari proprii ale acestui hamiltonian, cu functiile de stare:

$$\Psi_{l_B}^{m_B}(p) = \left\{ \frac{16\pi^3 R_B^{2l_B+3}}{\Gamma\left(\frac{3}{2} + l_B\right)} \right\}^{1/2} y_{l_B}^{m_B}(\hat{p}) \exp\left(-\frac{1}{2} R_B^2 p^2\right) \tag{5.36}$$

cu $R_B^2 = \left(2\mu_B\left(-\frac{4}{3}b_0\right)\right)^{1/2}$

si un alt set pentru Ψ_C

Din modul in care a fost modelata structura mezonului hibrid, rezulta ca pentru orice stare a acestuia exista doua cai distincte de a obtine aceiasi configuratie finala, prin intermediul lui l_g si respectiv $l_{q\bar{q}}$. Astfel, starile cele mai joase pentru starea $J^P = 1$ pot fi construite considerind $l_g = 1$ (gluon excitat) corespunzind la un moment cinetic intre gluoni sistemul $q\bar{q}$, in timp ce $l_{q\bar{q}} = 1$ (cuarc excitat) corespunde la un moment cinetic diferit de zero intre cuarcii perechii $q\bar{q}$. Cele mai joase stari cu numerele cuantice considerate aici sunt:

$$l_{q\bar{q}} = S_{q\bar{q}} = 0\ ,\ l_g = 1$$

si

$$l_{q\bar{q}} = S_{q\bar{q}} = 1\ ,\ l_g = 0$$

Toate combinatiile posibile de numere cuantice, utilizind coeficientii Clebsch - Gordon sunt date in Tabelul 5.3.

Tabelul 5.3

Starile de mezoni hibrizi $q\bar{q}g$ cu $J^P = 1^{--}$ si numerele lor cuantice

P	C	l_g	$l_{q\bar{q}}$	J_g	$S_{q\bar{q}}$	L	J
-	-	0	1	1	1	0	1
-	-	0	1	1	1	1	1
-	-	0	1	1	1	2	1
-	-	1	0	1	0	1	1

In modelul discutat, contributia modului gluonic excitat este ($-3b_0$), care este mai mare decit cea pentru excitarea cuarcului ($-7b_0/12$), in timp ce masele reduse sunt de acelasi ordin de marime. Utilizind pentru cuarcii usori mase de ordinul 0.35 GeV, m_c = 1.7 GeV si pentru gluon o masa de ordinul 0.8 GeV, cu b_0 = - 0.02 GeV^2, se obtin $R_{c\bar{c}}^2$ = 7.1 GeV^{-2} si R_B^2 = 7.9 GeV^{-2}, care conduc la o energie de excitare de ~ 200 MeV pentru cuarcul excitat, si ~ 600 MeV pentru gluonul excitat.

Starile hibride exemplificate aici (pentru care $J^P = 1^{--}$) pot fi amestecate cu stari mezonice normale. Predictiile sugereaza ca largimile de dezintegrare sunt largi in cazul acestui tip de mezoni exotici.

Capitolul 6

Situatia experimentala

6.1 Situatia experimentala in domeniul mezonilor usori

Am aratat anterior ca particularitatea cromodinamicii de a permite existenta structurilor formate numai din gluoni si/sau cuarci sugereaza posibilitatea existentei structurilor mezonice de tip gluonic (gg, ggg) si a hibrizilor ($q\bar{q}g$). Alta posibilitate de stari non - $q\bar{q}$ sunt starile multicuarc.

Amestecul cu starile $q\bar{q}$ si alte efecte dinamice cum ar fi factorii de forma , pot ascunde proprietatile specifice ale acestor stari. Daca amestecul este mai mare, atunci numai numarul de stari diferit fata de predictiile date de modelul cuarc ramin ca o indicatie a mezonilor non - $q\bar{q}$.

Calcule teoretice ("lattice gauge theory") prezic ca cel mai usor glueball este un scalar cu masa 1550 ± 95 MeV[1], sau respectiv 1740 ± 71 MeV[2] iar prima stare excitata este tensoriala, cu masa 2270 ± 100 MeV, celelalte stari fiind mai grele.

Hibrizii nu fac parte din nonetii obisnuiti, si se caracterizeaza prin aceea ca au, sau pot avea, numere cuantice exotice. Masele pentru hibrizii cei mai usori sunt prezise in doemniul 1500 - 2000 MeV. O stare cu numerele cuantice $J^{PC} = 1^{-+}$ este prezisa de toate variantele de modele teoretice, si in plus acestea au moduri caracteristice de dezintegrare.

Hibrizii cu charm ($c\bar{c}g$) sunt in special cautati din punct de vedere experimental, pentru ca ei trebuie sa apara in spectrul de dezintegrare pentru J/Ψ., intr-o regiune de masa in care confuziile sunt mai putin probabile, si acestia apar ca stari suplimentare in spectrul prezis teoretic. Starile $\Psi(4040)$ si $\Psi(4160)$ sunt considerate ca doua stari candidate, rezultate din amestecul unor stari $c\bar{c}$, sau $c\bar{c}g$.

O categorie distincta de stari "exotice" o reprezinta starile multicuarc, in care structurile de tip molecula de hadroni ocupa un loc aparte. In aceste structuri, constituentii interactioneaza prin forte de tip Van der Waals.

Exemple de particule, care, pe baza unor argumente diverse, sunt considerate candidati pentru "exotici", sunt: f_0 (980) si a_0 (960) (situate la pragul $K\bar{K}$), f_0 (1500) si f_2 (1520), f_y (1710) (in vecinatatea lui $K^*\bar{K}^*$) si Ψ (4040) ($D^*\bar{D}^*$).

Sa vedem acum cum se prezinta situatia experimentala in lumina lui "Review of particle properties".

Pentru simplificarea si usurarea utilizarii tabelelor pentru mezoni, s-a adoptat o schema pentru numerele acestora.

Tabelul 6.1
Simbolurile pentru mezoni in functie de numerele lor cuantice

Continutul $q\bar{q}$	$J^{PC}=$	0^{-+} 2^{-+}	1^{+-} 3^{+-}	1^{--} 2^{--}	0^{++} 1^{++}
	$^{2S+1}L_J$	$^1(L\ par)_J$	$^1(L\ impar)_J$	$^3(L\ par)_J$	$^3(L\ impar)_J$
$u\bar{d}$, $u\bar{u}-d\bar{d}$, $d\bar{u}$	$(I=1)$	π	b	ρ	a
$d\bar{d}+u\bar{u}$ si/sau $s\bar{s}$	$I=0$	η, η'	h, h'	ω, Φ	f, f'
$c\bar{c}$		η	h_c	Ψ^+	χ_c
$b\bar{b}$		η	h_b	Υ	χ_b
$t\bar{t}$		η	h_c	θ	χ_t

[1] Buli, Phys. Lett. B309 (1993) 378
[2] Sextan, Phys. Rev.Lett 75 (1995) 4563

[+] Pentru J/Ψ ramine J/Ψ.

Aceasta schema este conceputa sa cuprinda toti mezonii normali, dar poate fi utilizata daca este nevoie si pentru cei exotici.

Sectorul mezonilor scalari se refera la particule cu $J^{PC} = 0^{++}$.

Pentru rezonantele scalare, valorile asteptate ale maselor si largimilor de dezintegrare, cit si unghiurile de amestec (apropiate de cazul ideal), pot fi puternic distorsionate de faptul ca ne aflam deasupra pragurilor inelastice.

Toti scalarii usori sunt: f_0 (400 ÷ 1200), f_0 (980), f_0 (1370), f_0 (1500), a_0 (980), a_0 (1450) si K_0* (1430); f_0 (400 ÷ 1200) reprezinta o structura foarte larga, cu valoarea masei centrata in jurul a 800 MeV.

O alta particula stabila este f_y(1710), dar cu spinul nesigur, putind fi 0 sau 2.

In modelul cuarc, ne asteptam ca in regiunea de masa de sub 1.8 GeV, sa existe doua stari: $1\,^3P_0$ si $2\,^3P_0$ pentru mezonii din familia $(d\bar{d} + u\bar{u})$. In consecinta, este evident ca in prezent exista mai multe particule puse in evidenta experimental decit starile prezise de modelul cuarc.

Deasupra starii f_0 (1370) exista cel putin o rezonanta. Starea f_0 (1525) a fost pusa in evidenta experimental in anihilarea $p\bar{p}$. In interactiile $\pi^- p$ la energii mari, a fost observata starea f_0 (1590). Starile f_0 (1525) si f_0 (1530) sunt incluse in prezent in datele care caraacterizeaza starea f_0 (1500) ca fiind o singura particula.

In interpretarea naturii acestor stari, toate modelele teoretice concorda in ceea ce priveste starea K_0* (1430) ca fiind nivelul $1\,^3P_0$ al starii $s\bar{u}$ (sau $s\bar{d}$). Pentru ceilalti scalari, exista in principiu doua clase de modele:

i) Starile f_0 (980) si a_0 (980) sunt considerate ca stari legate $K\bar{K}$, si atunci nu intra intre particulele care formeaza nonetul scalar.

Starea f_0 (1370) reprezinta starea $1\,^3P_0$ a sistemului $(d\bar{d} + u\bar{u})$, rezonanta a_0 (1450) este starea corespunzatoare sistemului $u\bar{d}$, iar particula asociata cu $s\bar{s}$ lipseste. Completarea acestui loc in schema de nivele ar putea fi realizata de f_y (1710) daca se confirma valoarea $J = 0$. f_0 (400 ÷ 1200) este prea larga, de 600 ÷ 1000 MeV, si nu dezintegreaza in $K\bar{K}$ pentru a fi asociata cu particula lipsa. Mezonul f_0 (1500) are masa prea joasa pentru a fi starea $2\,^3P_0$ a sistemului $(d\bar{d} + u\bar{u})$, si avem un raport de dezintegrare in $K\bar{K}$ prea mare pentru a putea fi considerata ca avind o structura $s\bar{s}$.

In consecinta, f_0 (1500) este interpretata ca un glueball scalar, amestecat cu izoscalari $q\bar{q}$ normali.

ii) In aceasta alternativa de interpretare, se incearca asocierea tuturor acestor particule cu starea $^3P_0$ in modelul cuarc. Cel mai economic model in ceea ce priveste numarul de parametri presupune ca starile f_0 (400 + 1200), f_0 (980), f_0 (1370), a_0 (980), a_0 (1450) si K_0*(1430) reprezinta stari $1\,^3P_0$ ale sistemelor $q\bar{q}$. Pentru a realiza un fit simultan al acestor stari, sunt necesari 6 parametri si constringeri teroretice care presupun simetria de "aroms", regula OZI, si regula de distante egale intre nivelele pentru starile $q\bar{q}$ fara interactie.

In aceasta schema, f_0 (1500) ramine ca o stare suplimentara.

Mezonii pseudoscalari. Particulele izoscalare sunt caracterizate de numerele cuantice $J^{PC} = 0^{-+}$. Sunt stailite experimental particulele η, η' (980), η (1295) si η (1440) (care pot fi in realitate o suprapunere de doua stari η (1410) si η (1490)).

In cadrul modelului cuarc, starile pseudoscalare $1\,^1S_0$ si $2\,^1S_0$ au masele in regiunea 500 si 1800 MeV.

Daca identificarea starii η (1295) cu nivelul $2\,^1S_0$ a sistemului ($u\bar{u} + d\bar{d}$) este naturala, este mult mai problematic a identifica cele doua picuri din regiunea η (1440) cu starea $2\,^1S_0$ a sistemului $s\bar{s}$.

Intensitatile similare observate la starile η (1295) si η (1440) constituie un argument ca aceste stari ar putea avea o natura similara si ar fi putea fi excitatii radiale ale particulelor η si η' (958).

Daca ipoteza ca η (1440) este in fapt o structura dubla este confirmata, atunci situatia ramine confuza.

O mentiune speciala in acest sector al particulelor elementare il constituie π(1800). Aceasta particula, neinclusa in tabele, prezinta o serie de caracteristici: este ingusta pentru o excitatie radiala pentru n = 2 (Γ = 212 ± 37 MeV), cuplaj $K\bar{K}$, dezintegreaza in 2 mezoni, unul cu l = 0, si celalalt cu l = 1, care o fac candidat pentru mezon hibrid.

Mezoni vectoriali - axiali ($J^{PC} = 1^{++}$)

In modelul cuarc sunt prezise doua stari: $1\,^3P_1$ cu masele sub 1 GeV, dar experiemntal se cunosc 3 astfel de stari: f_1 (1285), f_1 (1420) si f_1 (1530), deci in mod evident exista o stare suplimentara.

Starea f_1 (1420), cu masa in vecinatatea pragului $K\bar{K}$* ar putea fi candidatul cel mai plauzibil pentru starea suplimentara.

Sectorul mezonilor tensoriali ($J^{PC} = 2^{++}$). Pentru acest sector al particulelor elementare exista doua stari cu caracteristicile foarte bine cunoscute: f_2 (1270) si f_2' (1525), si care pot fi asociate cu nivelele $1\,^3P_2$ din spectrele $q\bar{q}$, dar in plus mai exista starile f_2 (1430), f_2 (1500), f_2 (1710), f_2 (1810), f_2 (2010), f_2 (2150), f_2 (2300) si f_2 (2340).

Starea f_2 (1810) poate fi asociata cu nivelul $2\,^3P_2$ si este de asteptat ca particulele cu mase deasupra valorii de 2 GeV sa corespunda starilor $2\,^3P_2$, $1\,^3F_2$, si $3\,^3P_2$ ale sistemului $s\bar{s}$. Exista si in aceasta regiune extra starile, care prin masa se situeaza in regiunea prescrisa de teorie pentru stari de gluonium.

In Tabelul 6.1, in regiunea mezonilor tensoriali exista starile f_2 (1430), f_2 (1520), f_y (1710) si f_2 (> 2 GeV), a caror structura nu poate fi clarificata.

Particule cu alte numere cuantice

• Rezonanta ρ (1450) cu masa 1480 MeV a fost observata in canalul $\Phi\pi^0$. O analiza preliminara indica ($J^{PC} = 1^{--}$), dar raportul de ramificare $\Phi\pi = \omega\pi$ sugereaza o violare puternica OZI (rezonanta a fost produsa in procesul $\pi^- p \to \Phi\pi^0 n$) pentru o structura formata din cuarcii u si d.

• Rezonanta $\hat{\rho}$ (1405) ($J^{PC} = 1^{-+}$), a fost observata in reactia $\pi^- p \to \left(\eta\pi^0\right)n$, iar o structura de largime similara ($\Gamma \approx 600$ MeV) a fost raportata in unda P in $(\eta\pi)$ in procesul de anihilare $p\bar{p} \to \eta\pi\pi$. Interpretarea este neclara.

• O rezonanta ingusta, notata K_g (3100) a fost evidentiata la o masa de circa 3100 MeV, in stari finale $\Lambda\bar{p}$ + pioni, respectiv $\Lambda\bar{p}$ + pioni, sugerind dezintegrari tari ale acesteia si un izospin $I = 3/2$, ceea ce implica clar un caracter "exotic". Pentru starea X(3250), tot cu numere cuantice neprecizate, dar cu straneitate ascunsa, exista o tentativa de interpretare ca continind o pereche barion - antibarion.

Rezultatele si concluziile din acest moment despre toate aceste particule trebuie confirmate.

6.2 Fenomenologia mezonilor cu charm si bottom

6.2.1 Charmonium

(a) Descoperirea: Mezonul J/Ψ a fost observat experimental la Brookhaven (BNL) ca particula J in spectrul e^+e^- obtinut din ciocnirea:

$$p + Be \to e^+e^- X \tag{6.1}$$

si la SPEAR ca particule Ψ in anihilarea e^+e^-:

$$\begin{aligned} &e^+e^- \to \text{hadroni} \\ &e^+e^- \to e^+e^- \\ &e^+e^- \to \mu^+\mu^- \end{aligned} \tag{6.2}$$

Prima punere in evidenta a starii Ψ' a fost facuta la SPEAR.

Ambele stari au fost gasite in mezonii vectoriali izoscalari nestranii, pentru care $J^{PC} = 1^{--}$, si $I^G = 0^-$.

Interpretate in SU(3), acestea sunt stari de singlet.

Masele si latimile de dezintegrare pentru J/Ψ si Ψ' sunt aratate in Tabelul 6.2 si sunt comparate cu valorile corespunzatoare mezonului ρ (similar ca numere cuantice).

Tabelul 6.2
Masele si latimile de dezintegrare pentru J/Ψ si Ψ'

	ρ	J/Ψ	Ψ'
m (MeV)	770	3096	3687
Γ (MeV)	150	0.07 ± 0.01	0.23 ± 0.06
Γ_{direct}	150	0.05 ± 0.01	~ 0.05
Γ_{ee} (MeV)	6.4 ± 0.8	4.8 ± 0.6	2.2 ± 0.3

Cea mai interesanta proprietate a acestor particule este largimea lor mica de dezintegrare. Dezintegrarea directa este de 10^4 ori mai putin probabila decit se asteapta de la mezonii conventionali cu masa in intervalul 3 - 4 GeV (vezi Fig. 6.1).

J/Ψ este o particula care inetractioneaza tare. Aceasta este stabilit prin reactii de fotoproducere in afara nucleelor.

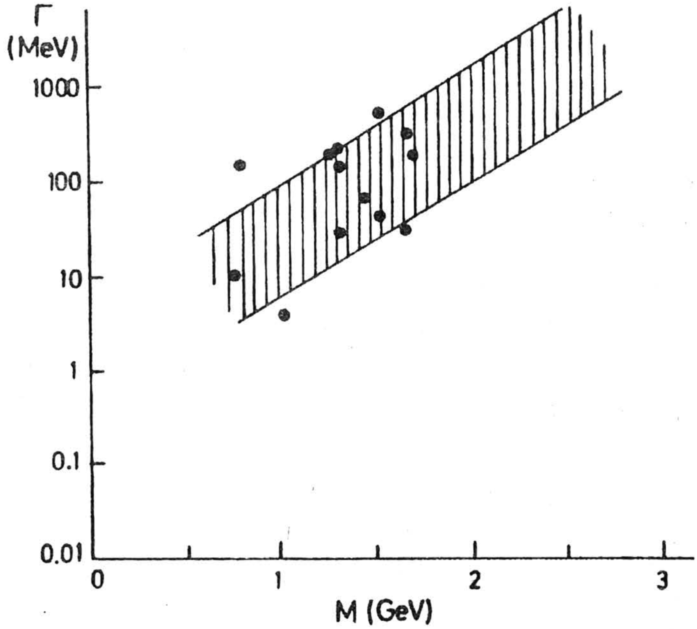


Figura 6.1
Largimea mezonilor nestranii functie de masa

(b) Interpretarea pentru particulele J/Ψ si Ψ' in modelul cuarc

Un mod simplu, intuitiv si acceptat de interpretare pentru J/Ψ si Ψ' este oferit de modelul cuarc. Se presupune ca:

• exista al patrulea cuarc Q, care poarta un nou numar cuantic, acest cuarc putind dezintegra: $Q \to q$, cu $q = u, d$ sau s, dezintegrarile fiind numai slabe.

• J/Ψ si Ψ' sunt stari legate $Q\overline{Q}$.

Bazat pe aceste doua presupuneri, modelul prezice existenta starilor $Q\overline{Q}$ si a starilor mixte: $Q\overline{q}$ si $\overline{Q}q$.

Pentru ca latimile J/Ψ si Ψ' sunt mici, masele mezonilor $Q\overline{q}$ si $\overline{Q}q$ sunt presupuse a fi in relatia: $M_{Q\overline{q}} > M_{\overline{Q}q}$, si dezintegrarea $\Psi' \to (Q\overline{q})(\overline{Q}q)$ nu este permisa.

In urmatorul pas, acest cuarc Q este presupus a fi identic cu cuarcul c, care a fost introdus teoretic anterior de Glashow, Iliopoulos si Maiani.

Preprietatile acestui cuarc sunt:

- sarcina: +2/3
- straneitate: 0

- charm: 1 (charmul fiind un nou numar cuantic)

- c dezintegreaza numai slab in d sau s, in acord cu: $c \to -d\sin\theta_c + s\cos\theta_c$,

unde θ_c este unghiul Cabibbo, $\theta_c = 0.23$ (mecanism GIM).

(c) Spectroscopia $c\bar{c}$

In scopul calcularii distantei intre nivele, a ratelor de tranzitie, etc., sunt necesare presupuneri suplimentare.

In calcule, cuarcul c este presupus a fi suficient de greu astfel incit sistemul $c\bar{c}$ trebuie sa fie descris de o ecuatie Schrodinger nerelativista.

Fortele care actioneaza intre cuarcii $c\bar{c}$ pot fi aproximate in calcule nerelativiste folosind un potential atractiv. La distante scurte, aceste forte trebuie sa fie reprezentate prin schimbul unui gluon. Acest schimb da un termen de tipul $-\frac{4}{3}\frac{\alpha_s}{r}$ in potential, unde α_s este constanta de interactie tare. Un termen liniar este adaugat la potential in scopul asigurarii costringerii cuarcilor:

$$V(r) = -\frac{4}{3}\frac{\alpha_s}{r} + ar + V_0 \tag{6.3}$$

Un potential de acest tip conduce la o schema de nivele in acord cu Figura 6.2.

Aceste nivele sunt J^{PC} cu $P = (-1)^{L+1}$ si $C' = (-1)^{L+S}$. Pentru fiecare valoare a lui L sunt 2 benzi de excitatie radiala, care au conjugari de sarcina opuse depinzind de $S = 0$ si 1.

Sunt utilizate notatiile spectroscopice $n^{2S+1}L_J$, unde (n-1) este numarul de noduri radiale.

Starile de triplet S: 1^3S_1 si 2^3S_1 sunt identificate cu mezonii J/Ψ si Ψ'. Forta spin - spin conduce la despicarea intre starea de triplet ($^3S_1$) si cea de singlet ($^1S_0$).

Nivelele P vor fi despicate intr-o stare ($^1P_1$), cu conjugarea de sarcina impara, si o stare ($^3P_{2,1,0}$) cu conjugarea de sarcina para.

Intr-un potential coulombian pur, primul set de nivele P vor fi degenerate in masa cu nivelul $2\,^3S_1$. Adaugarea potentialului de confinare va cobori nivelele $1P$ sub masa nivelului $2\,^3S_1$.

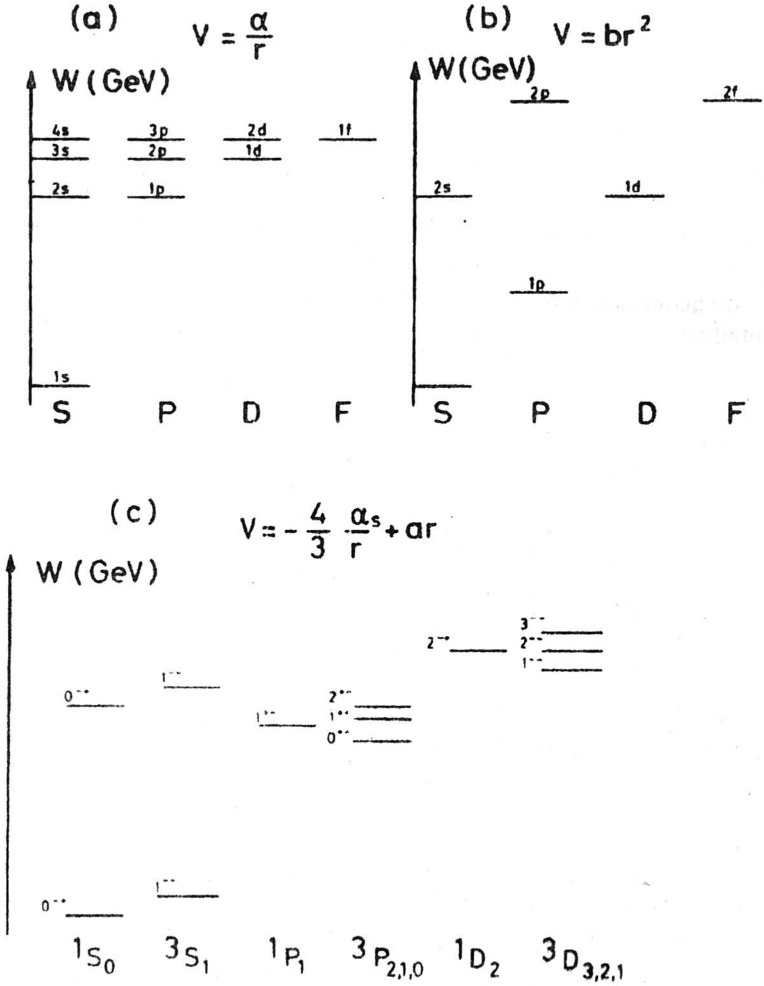


Figura 6.2
Schema de nivele energetice pentru particula in potentialul (6.3)

Primul nivel $L = 2$ se va despica intr-o stare ($^2D_1$), cu $C = +$, si trei stari $^3D_{3,2,1}$ cu $C = -$. Starea $1\,^3D_1$ are numerele cuantice ale fotonului.

(d) Starile vectoriale

Latimile de dezintegrare leptonice si hadronice pentru J/Ψ si diferenta energetica intre J/Ψ si Ψ' pot fi utilizate pentru a fixa parametrii de potential.

Starea $^3S_1$ dezintegreaza intr-o stare mai joasa de hadron prin intermediul unei stari intermediare de 3 gluoni.

Latimea hadronica de dezintegrare este data de:

$$\Gamma\left(^3S_1 \to ggg \to hadroni\right) = \frac{160}{81}\left(\pi^2 - 9\right)\alpha_s^3 \frac{\left|^3S_1(0)\right|}{M^2} \tag{6.4}$$

unde $^3S_1(0)$ descrie functia de unda in origine.

Latimea pentru dezintegrarea intr-o pereche de leptoni este:

$$\Gamma\left(^3S_1 \to e^+e^-\right) = \frac{64\pi\alpha^2}{9}\frac{\left|^3S_1(0)\right|}{M^2} \tag{6.5}$$

unde M este masa starii vectoriale.

Pentru J/Ψ, $\alpha_s \cong 0.19$. Din $\Delta\left(J/\Psi - \Psi'\right) \Rightarrow a = 0.25$ GeV^2. In Figura 6.3 este aratata dependenta de r a potentialului.

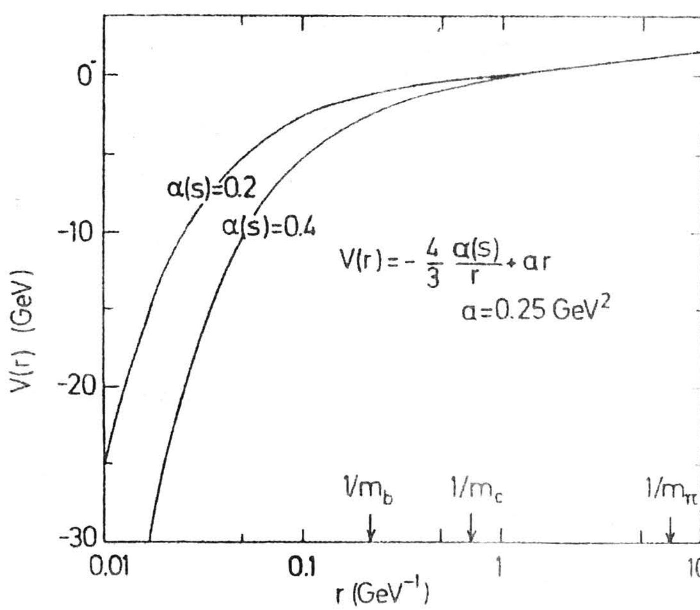


Figura 6.3
Dependenta de r a potentialului (6.3) pentru diferite valori ale parametrilor

Este evident ca ratele de dezintegrare in cazul charmoniumului sunt controlate dominant de partea liniara a potentialului.

Cu α_s si parametrii determinati din J/Ψ si Ψ' starea $\Psi'' = 1\ ^3D$ este precizata a fi la 3.755 GeV.

Aceasta stare Ψ'' fiind la aproximativ 45 MeV deasupra pragului $D\bar{D}$ se dezintegreaza exclusiv intr-o pereche de mezoni $D\bar{D}$ si reprezinta o stare ideala pentru a studia proprietatile mezonilor D.

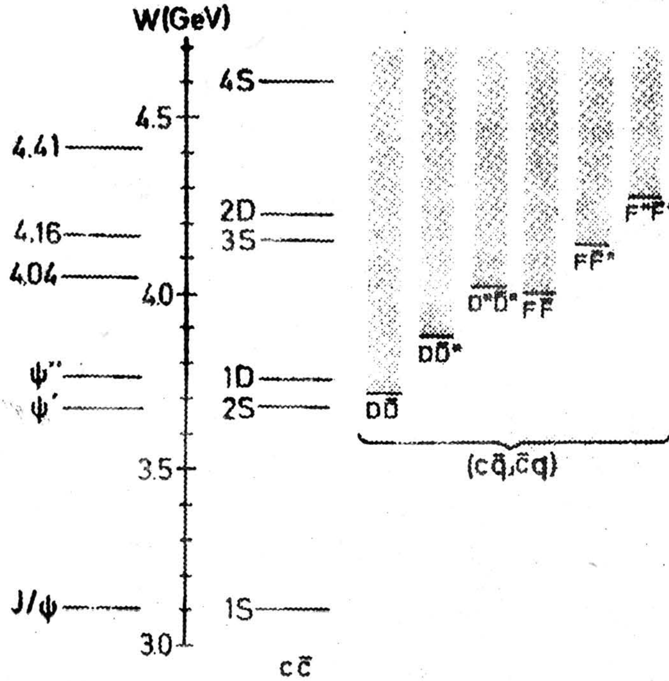


Figura 6.4

Schema de nivele $c\bar{c}$ si valorile energetice pentru mezonii cu charm

Astfel, experimental s-au obtinut urmatoarele valori:

Masa (MeV0	Γ (MeV)	Γ_{ee} (MeV)	
3772 ± 6	28 ± 5	370 ± 90	LBL-SLAC
3772 ± 6	24 ± 5	180 ± 60	DELCO

Rapoartele de dezintegrare pentru Ψ''' sunt:

$\Psi''' \to D^0 \bar{D}^0$	49 ± 25 %
$\Psi''' \to D^+ D^-$	50 ± 38 %

(6.6)

(e) Starile in unda P

Starile *P:* $^3P_{2,1,0}$ sunt prezise a se afla intre din J/Ψ si Ψ' cu paritate si conjugare de sarcina pare.

Daca diferenta in masa (Ψ' - ^3P_J) este mai mica decit 2 m_π intre aceste stari poate exista numai o tranzitie cu emisia unui foton:

$$\Psi' \to \gamma\, ^3P_J \tag{6.7}$$

Dezintegrarile ^3P_J, reprezentate in Figura 6.5, pot fi pur hadronice, via anihilare gluonica (a si b), sau radiative prin dezintegrare in J/Ψ (c).

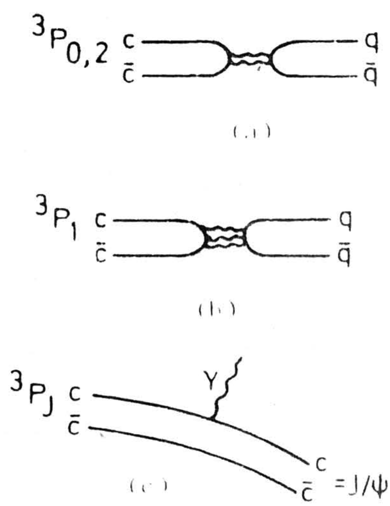


Figura 6.5
Canalele de dezintegrare pentru starile ^3P_J

Latimile de dezintegrare sunt proportionale la distanta mica cu patratele functiilor de unda. Aceste latimi au fost estimate ca fiind:

$$\frac{\Gamma(2^{++})}{\Gamma(0^{++})} = \frac{4}{19} \text{ si } \Gamma(2^{++}) = 2.4 \text{ MeV}$$

Starea 1^{++} este asteptata a fi mai ingusta.

Dezintegrarea $2\,{}^3S_1 \to \gamma\,{}^3P_J$ urmeaza in ordinul cel mai de jos o tranzitie de dipol electric (E1). Rata pentru o tranzitie E1 este data de:

$$\Gamma\left(2^3S_1 \to \gamma 1^3P_J\right) = \frac{16}{243}\alpha(2J+1)k^3\left|\langle 1P|r|2S\rangle\right|^2 \quad (6.8)$$

Rata depinde de acoperirea intre functiile de unda radiale pentru nivelele S si P. Pentru tranzitiile E1, distributia unghiulara a fotonului, cu respectarea directiei axei fasciculului este de forma:

$$\begin{aligned} &2^3S_1 \to \gamma 1^2P_0 && 1+\cos^2\theta \\ &2^3S_1 \to \gamma 1^1P_1 && 1-\frac{1}{3}\cos^2\theta \\ &2^3S_1 \to \gamma 1^3P_2 && 1+\frac{1}{3}\cos^2\theta \end{aligned} \quad (6.9)$$

In ultimele doua relatii, pot fi luati in consideratie si multipletii superiori. Din acest motiv, numai tranzitia ${}^3S_1 \to \gamma\,{}^3P_0$ este unica.

Starile ${}^3P_J$ au fost detectate in trei moduri diferite:

1) ca linii discrete in spectrul fotonilor

2) dezintegrari in cascada : $\Psi' \to \gamma\,{}^3P_J$; ${}^3P_J \to \gamma\ J/\Psi$

3) ca picuri in distributiile de masa $\pi\pi$, etc.

In Figura 6.6 este aratat spectrul inclusiv pentru dezintegrarea Ψ' in foton:

$$\Psi' \to \gamma\chi \quad (6.10)$$

Se observa 4 picuri inguste, centrate aproximativ la energiile: 120 MeV, 170 MeV, 260 MeV si 380 MeV.

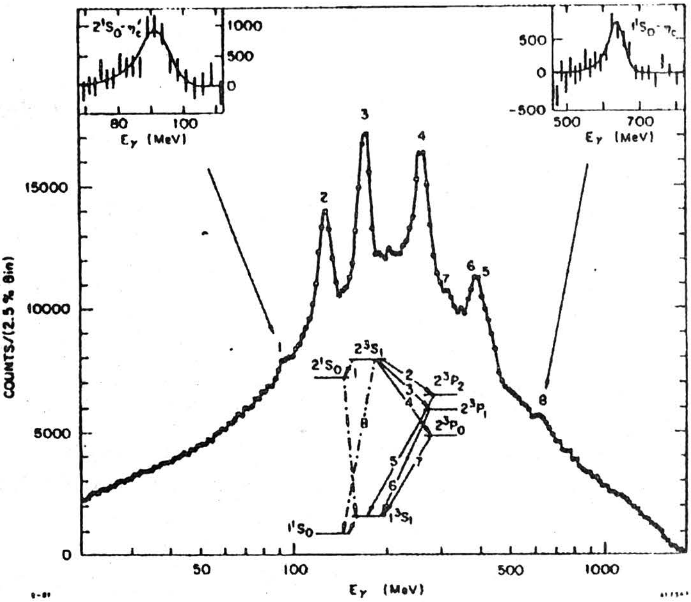


Figura 6.6
Spectrul inclusiv pentru dezintegrarea Ψ' in foton

Primele trei dintre ele corespund la tranzitii in starile P intermediare: 3.56, 3.51 si 3.41. Cel de-al patrulea rezulta din dezintegrarea $P_C(3.51) \to \gamma\ J/\Psi$.

(f) Numerele cuantice ale starilor intermediare

Starile intermediare P au toate conjugarea de sarcina $C = +$, si atunci sunt populate prin tranzitia $\Psi' \to \gamma\ P_c$. Asignarea spin - paritate este facuta prin intermediul starilor hadronice de dezintegrare si a distributiei unghiulare W (cos θ) a fotonului primar, cu respectarea directiei fasciculului si a schemei de nivele prezise pentru charmonium.

Fiturile pentru: $W(\cos\theta) = 1 + a \cdot \cos^2\theta$

conduc la $a = 1.4 \pm 0.4$ pentru $P(3.41)$, $a = 0.1 \pm 0.5$ pentru $P(3.51)$, si $a = 0.3 \pm 0.4$ pentru $P(3.56)$.

Pentru starea de spin 0, $a = 1$.

In consecinta starea $P(3.41)$ este consistenta cu $J = 0$, pe cind aceasta asignare pentru $P(3.51)$ si $P(3.56)$ este exclusa.

In schema de nivele a charmoniumului intre J/Ψ si Ψ' sunt gasite 4 nivele cu $C = +$, o stare pseudoscalara $^1S_0$ cu $J^{PC} = 0^{++}$ si trei stari ^3P cu $J^{PC} = 2^{++}$, 1^{++}, 0^{++}.

Problema care apare este daca aceasta asignare este consistenta cu datele experimentale:

Starea $P(3, 413)$ are $C = +$ si a fost observata in dezintegrarea in $\pi^+\pi^-$ si/sau K^+K^-; este o stare izoscalara si are paritate pozitiva. Distributia unghiulara este consistenta cu $J = 0$. Asignarea este $J^{PC} = 0^{++}$.

Starea $P(3, 508)$. Absenta dezintegrarilor $\pi^+\pi^-$ si K^+K^- este consistenta cu o stare avind o secventa nenaturala spin - paritate 0^-, 1^+,....
Distributia unghiulara a fotonului sugereaza $J \neq 0$, si izospinul trebuie sa fie par pentru ca rezonanta dezintegreaza intr-un numar par de pioni.

Starea $P(3, 552)$. A fost observata in dezintegrarea $\pi^+\pi^-$ si/sau K^+K^-. Nivelul este izoscalar si urmeaza secventa naturala spin - paritate. Distributia unghiulara a pionilor exclude $J = 0$.

Confirmind informatiile experimentale cu nivelele asteptate in modelul charmoniumului, singura asignare posibila este ca 3.41 GeV trebuie sa fie starea 0^{++}, iar ${}^3P_2\left(2^{++}\right)$ este asociata cu 3.56 GeV. Starea 3.51 GeV are J 0, si trebuie sa fie ${}^3P_1\left(1^{++}\right)$. Aceasta asignare este consistenta cu cu faptul ca dezintegrarea $P_c(3.51) \rightarrow \pi^+\pi^-, K^+K^-$ nu a fost observata.

Dezintegrarile $\Psi' \rightarrow \gamma\, {}^3P_{2,1,0}$ sunt tranzitii de dipol electric. Daca elementele de matrice sunt independente de J, atunci ratele relative pentru tranzitiile E1 sunt date de $\Gamma \sim k^3(2J+1)$. In acest caz ne asteptam ca:

$$\Gamma\left(2^3S_1 \rightarrow \gamma\, {}^3P_0\right) : \Gamma\left(2^3S_1 \rightarrow \gamma\, {}^3P_1\right) : \Gamma\left(2^3S_1 \rightarrow \gamma\, {}^3P_2\right) = 1:0.9:0.6 \qquad (6.11)$$

care pot fi comparate cu rapoartele experimentale observate: 1 : 1.04 : 1.02.

Daca ordinea nivelelor ar fi inversata, adica ${}^3P_0 > {}^3P_1 > {}^3P_2$, ar exista un puternic dezacord intre datele prezise si cele observate.

In QCD, starile 0^{++} si 2^{++} pot dezintegra in ordinul cel mai de jos in hadroni, prin emisia de 2 gluoni, in timp ce din starea 1^{++} trebuie emisi 3 gluoni.

Latimea totala de dezintegrare hadronica pentru 0^{++} si 2^{++} este proportionala cu α_s^2 spre deosebire de starea 1^{++} care este proportionala cu α_s^3.

Pentru ca α_s este mai mic decit 1, intr-o estimare naiva putem presupune ca latimea hadronica totala este mai mica cu un factor doi fata de celelalte doua.

Calcule detaliate conduc la: $\Gamma\left(0^{++}\right):\Gamma\left(2^{++}\right):\Gamma\left(1^{++}\right) = 15:4:1$.

In afara acestor stari P discutate, potentialul prezice si existenta unei stari de singlet, cu $J^{PC} = 1^{+-}$. Datorita faptului ca paritatea C a acestei stari este negativa, aceasta stare nu paote fi pusa in evidenta printr-o tranzitie γ.

Reactia $\Psi'' \to \pi^{0\,1}P_1$ este interzisa de conservarea izospinului, iar dezintegrarea $\Psi'' \to \pi\pi^1 P_1$ este interzisa de cinematica.

(g) Starile pseudoscalare

Potentialul prezice existenta starilor pseudoscalare (η_c, η_c', etc), adica 1^1S_0, 2^1S_0 corespunzatoare starilor vectoriale (n^1S_1).

Starile pseudoscalare pot dezintegra in hadroni ordinari prin schimbul de doi gluoni:

$$\Gamma\left(\eta_c \to hadroni\right) \sim \alpha_s^2 \tag{6.12}$$

In consecinta, ne asteptam ca starile $^1S_0$ sa aiba largime mai mare decit starile vectoriale, pentru care $\Gamma \sim \alpha_s^3$. Mai precis:

$$\Gamma\left({}^1S_0 \to gg \to hadroni\right) = \frac{32\pi}{3}\alpha_s^2 \frac{\left|{}^1S_0(0)\right|}{M^2} \tag{6.13}$$

Pentru ca aceste stari au $C = +$, pot dezintegra in 2 fotoni, latimea corespunzatoare este data de:

$$\Gamma\left({}^1S_0 \to \gamma\gamma\right) = \frac{256\pi}{27}\alpha^2 \frac{\left|{}^1S_0(0)\right|}{M^2} \tag{6.14}$$

Estimare: $\dfrac{\Gamma\left({}^1S_0 \to \gamma\gamma\right)}{\Gamma\left({}^1S_0 \to hadroni\right)} = \dfrac{8}{9}\dfrac{\alpha^2}{\alpha_s^2} \cong 1.3\cdot 10^{-3}$ pentru $\alpha_s = 0.9$.

Cu presupunerea ca starile $^3S_1$ si $^1S_0$ au aceleasi functii de unda radiale, putem prezice ca latimea pentru starea $^1S_0$ este:

$$\Gamma\left({}^1S_0 \to hadroni\right) = \frac{27}{5}\frac{\pi}{\left(\pi^2 - 9\right)\alpha_s}\Gamma\left({}^3S_0 \to hadroni\right) \cong 5 \text{ MeV} \tag{6.15}$$

Daca despicarea triplet - singlet este mica, starea $^1S_0$ poate fi evidentiata prin tranzitia radiativa: $^3S_0 \to \gamma\, {}^1S_0$.

Amplitudinea este proportionala cu momentul magnetic al cuarcului c. Presupus a fi de tip Dirac, acest moment magnetic este:

$$\mu_c = \frac{2}{3}\frac{e}{2m_c} \tag{6.16}$$

unde m_c este masa cuarcului, si atunci:

$$\Gamma\left(n_i\ {}^3S_1 \to n_f\ {}^1S_0\right) = \frac{16}{27}\alpha\frac{k^3}{m_c^2}\left|\langle n_f | n_i \rangle\right|^2 \tag{6.17}$$

6.2.2 Particulele cu charm

Considerind éxistenta cuarcilor cu charm, nonetul $8 \oplus 1$ din SU(3) este inlocuit cu $15 \oplus 1$ in SU(4).

In afara rezonantelor ordinare ce provin din SU(3), si caracterizate de $C = 0$, multipletul contine 6 stari cu charm deschis, avind $C = \pm 1$, si o stare $c\bar{c}$ cu charm inchis.

Mezonii cu charm cu masa mai mare vor dezintegra tare si/sau electromagnetic in starile de masa mai mica, sau prin dezintegrari slabe.

Exemple: $D(\Delta_s) \to l\overline{\upsilon}_e$

$D(\Delta_s) \to l\overline{\upsilon}_e + hadroni$

$D(\Delta_s) \to hadroni$

Modul leptonic de dezintegrare este interzis de cinematica: $J_3^D = 0 \neq J_3^l + J_3^{\overline{\upsilon}} = 1$.

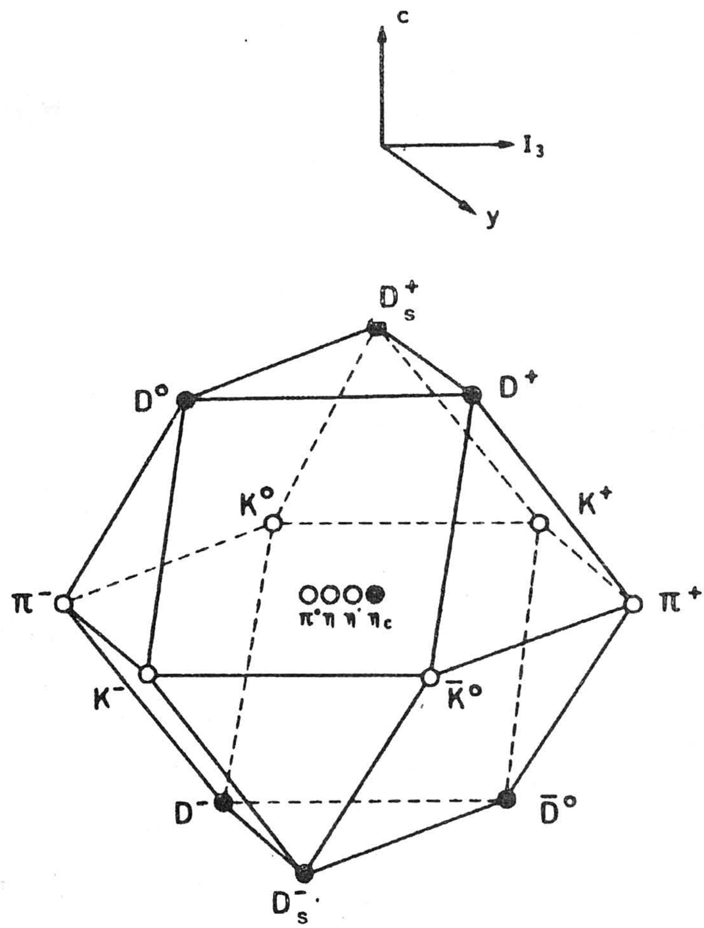


Figura 6.7
Multipletul mezonilor pseudoscalari

Dezintegrarile semileptonice sunt prezise a avea un raport de ramificare de ordinul 20%, si majoritatea dezintegrarilor (80%) au loc numai cu hadroni in stare finala.

Orice "sarcina" noua va produce un amestec lepton - hadron in starile finale si arata ca rezonante inguste deasupra pragului. In acest mod, "sarcina specifica" poate fi identificata prin proprietatile starilor finale. Mecanismul (Glashow, Iliopoulos, Maiani) presupune dezintegrari de tipurile:

i) semileptonice ale unui cuarc cu charm

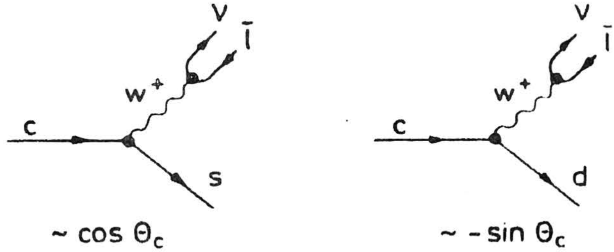


Fig. 6.8
Diagramele dezintegrarilor semileptonice ale cuarcului cu charm

ii) cuarc cu charm in cuarci nestranii

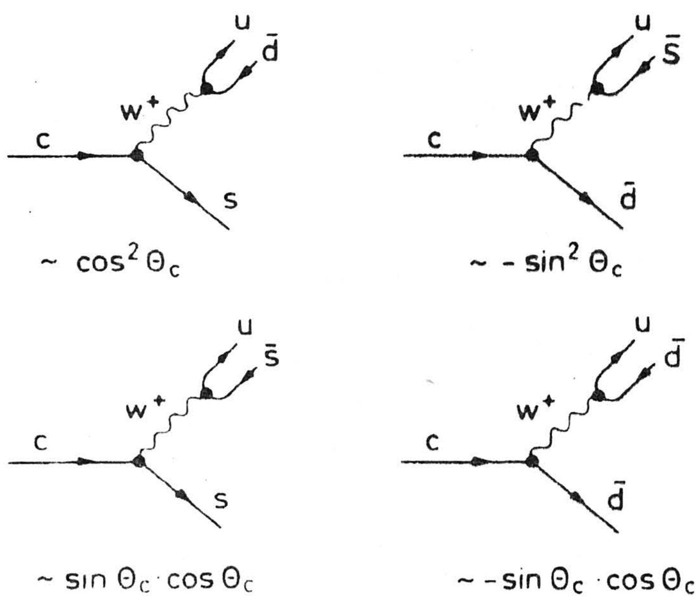


Fig. 6.9
Diagramele dezintegrarilor cuarcului cu charm in cuarci stranii si nestranii

$$D^0 \to \left(e^+ \upsilon_e\right)\left(K^- ,\dots\right)$$

$$D^0 \to \left(\overline{K} n\pi\right)^0$$

$$D^+ \to \left(l^+ \upsilon_e\right)\left(\overline{K^0},\dots\right)$$

$$D^+ \to \left(\overline{K} n\pi\right)^+$$

$$D_s^+ \to \left(l^+ \upsilon_e\right)\left(\eta,\eta',K\overline{K},\dots\right)$$

$$D_s^+ \to \left(\eta n\pi\right)^+,\left(\eta' n\pi\right)^+,\left(K\overline{K} n\pi\right)^+$$

Proprietatile mezonilor D si D^*

In Tabelul 6.3 sunt listate masele mezonilor D si D^*.

Tabelul 6.3

Masele mezonilor D si D^*

	M (MeV)
D^0	1863.3 ± 0.9
D^+	1868.4 ± 0.9
D^{*0}	2006 ± 1.5
D^{*+}	2008.6 ± 1.0
$M_{D^+} - M_{D^0}$	5.1 ± 0.8
$M_{D^*} - M_{D^{*0}}$	2.6 ± 1.8

Raportul de ramificare semileptonic este mai mic decit valoarea asteptata din simple argumente de numarare.

Astfel, in dezintegrarea W, a carei diagrama este prezentata in Figura 6.10, pot apare 5 cai diferite: $W \to e\upsilon$, $\mu\upsilon$ si 3 perechi $q\overline{q}$ datorita celor 3 culori diferite.

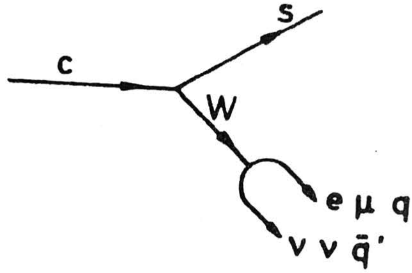


Figura 6.10
Diagrama dezintegrarii particulei W

Presupunind ca constanta de cuplaj este aceiasi pentru fiecare canal, atunci probabilitatea pentru un canal este 1 : 5 = 0.2.

Experimental, raportul observat este mai mic, si nu este atribuit unei cresteri a modurilor de dezintegrare pur hadronice, si este corelat cu o crestere aparuta in dezintegrarile K.

Mezonii D_s

Modelul cuarc prezice ca acesti mezoni contin atit charm cit si straneitate. Starea fundaemntala este $D_s^{\pm}$. Mecanismul de dezintegrare GIM favorizeaza procesele ilustrate in Figura 6.11.

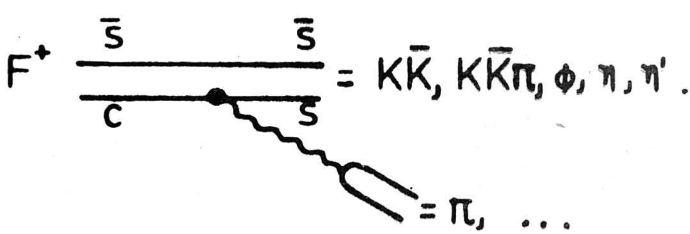


Figura 6.11
Diagrama de dezintegrare a mezonului D_s^*

Producerea de η este o indicatie a producerii de D_s.
Prima stare excitata este D_s^*.

Dezintegrarea $D_s^* \to D_s\pi$ este interzisa de izospin. Daca diferenta de masa intre D_s^* si D_s este mai mica decit de 2 ori masa pionului, atunci dezintegrarea lui D_s^* este: $D_s^* \to \gamma D_s$, cu producerea unui foton de energie mica.

O secventa posibila de producere si dezintegrae este:

$$\begin{aligned} e^+e^- &\to D_s D_s^* \to D_s D_S \gamma_{low} \\ &\qquad\qquad \to \pi\eta \\ &\qquad\qquad\quad \to \gamma\gamma \end{aligned} \tag{6.18}$$

In starea finala vom avea un foton de energie joasa ($E_\gamma < 0.2\ GeV$, 2 fotoni care provin din regiunea de masa η si un pion incarcat.

Din reconstructia procesului de dezintegrare, masa lipsa trebuie sa fie masa D_s.

Datorita faptului ca energia γ este mica,, acest canal (6.18) nu se distinge de canalul 6.19:

$$\begin{aligned} e^+e^- &\to D_s^* D_s^* \to D_s D_S \\ &\quad \to \gamma_{low} D_s \\ &\qquad \to \pi\eta \\ &\qquad\quad \to \gamma\gamma \end{aligned} \tag{6.19}$$

Caracteristicile mezonilor D_s si D_s^* sunt ilustrate in Tabelul 6.4.

Tabelul 6.4

Masele mezonilor D_s si D_s^*

	M (GeV)
D_s^+	$2.03.3 \pm 0.06$
D_s^{*+}	2.14 ± 0.06
$M_{D_s^*} - M_{D_s}$	0.11 ± 0.046

si:

$$\frac{B(D_s \to \pi\eta)}{B(D_s \to \eta + orice)} = 0.09 \pm 0.05 \tag{6.20}$$

6.2.3 Familia Υ

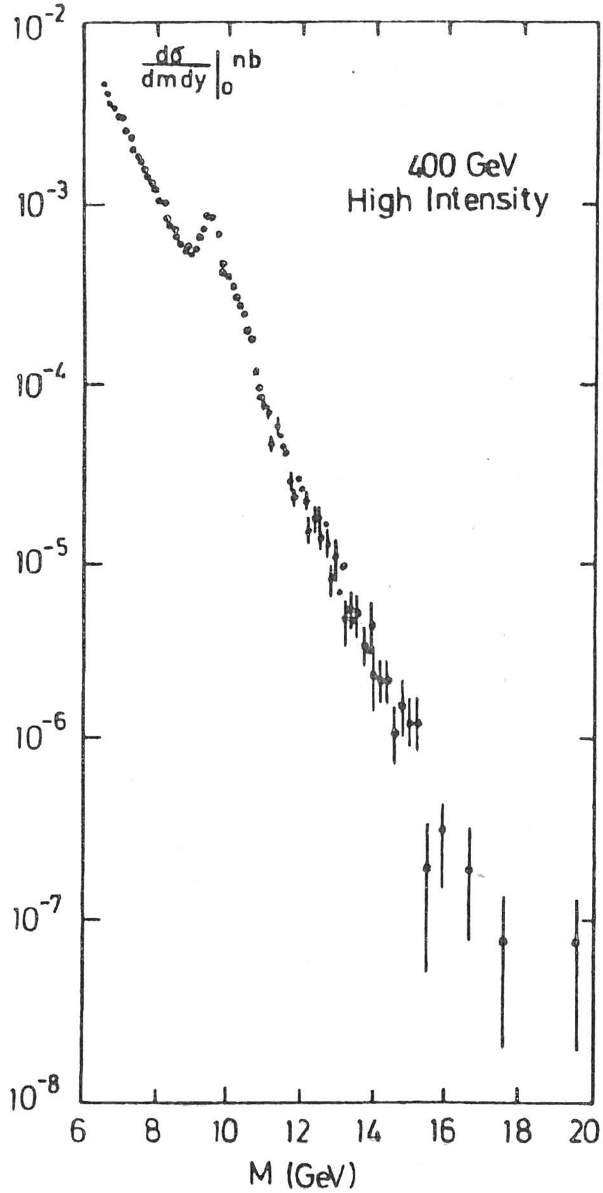


Figura 6.12
Producerea mezonuilui Υ

Particula Υ fost descoperita de colaborarea Columbia - FNAL - Stony Brook in spectrul de masa $\mu^+\mu^-$. Observarea lui Υ da impresia unei stari deja cunoscute:

$$p + Nucleu \rightarrow \mu^+\mu^- + X \qquad (6.21)$$

care are loc la 400 GeV, si unde *Nucleu* este Be, Cu, Pt ca tinta (vezi Figura 6.12).

Valorile medii obtinute sunt:

$M_\Upsilon = 9.46 \pm 0.01$ (erorile reflecta incertitudinea de 1 la mie in calibrarea energetica a lui DORIS)

$\Gamma_{ee} = 1.3 \pm 0.2$ KeV

$B_{\mu\mu} = 2.6 \pm 1.4$ %

$\Gamma_{tot} > 25$ KeV (95% C.L.)

In modelul cuarc nerelativist, latimea leptonica de dezintegrare pentru starile vectoriale este direct proportionala cu sarcina Q a cuarcului:

$$\Gamma_{vec} = \frac{16\pi\alpha^2 Q^2}{M^2}\left|{}^3S_1(0)\right|^2 \qquad (6.22)$$

Empiric, se constata ca dezintegrarea leptonica divizata pe sarcina medie este aproximativ aceiasi pentru toate starile fundamentale vectoriale: ρ, ω, φ si J/Ψ:

$$\frac{\Gamma_{VEC}}{\sum\left|c_i Q_i\right|^2} \cong 11 \qquad (6.23)$$

(vezi Figura 6.13)

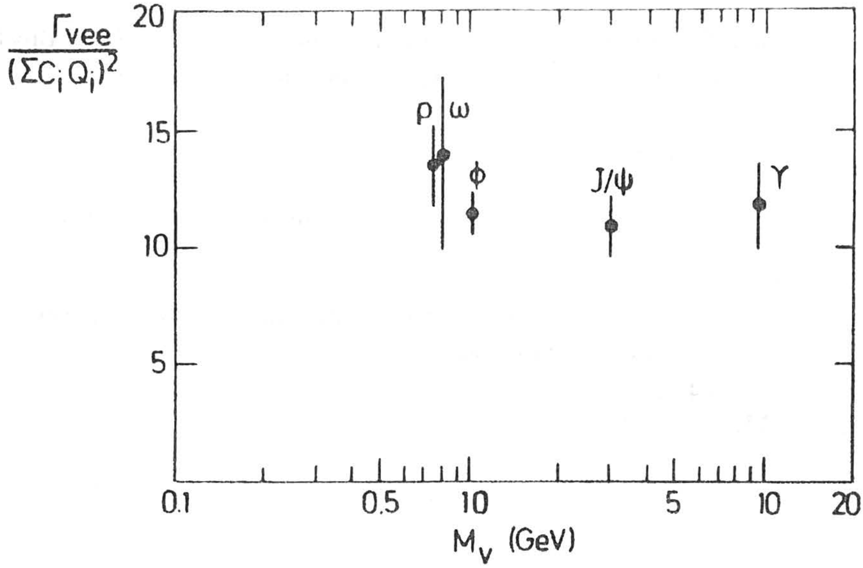


Figura 6.13
Latimile leptonice de dezintegrare pentru mezonii vectoriali, normate la patratul sumei sarcinilor cuarcilor functie de masa mezonului

Latimea leptonica depinde de functia de unda, care este o functie de potentialul cuarc.

In QCD potentialul de cuarc este independent de aroma. Atunci, acelasi potential poate descrie simultan familia J/Ψ si Υ, astfel ca efectele diferentei in masa pot fi neglijabile.

Predictiile teoretice pentru $\Gamma(\Upsilon \to ee)$ si $\Gamma(\Upsilon' \to ee)$ sunt aratate in Figura 6.14

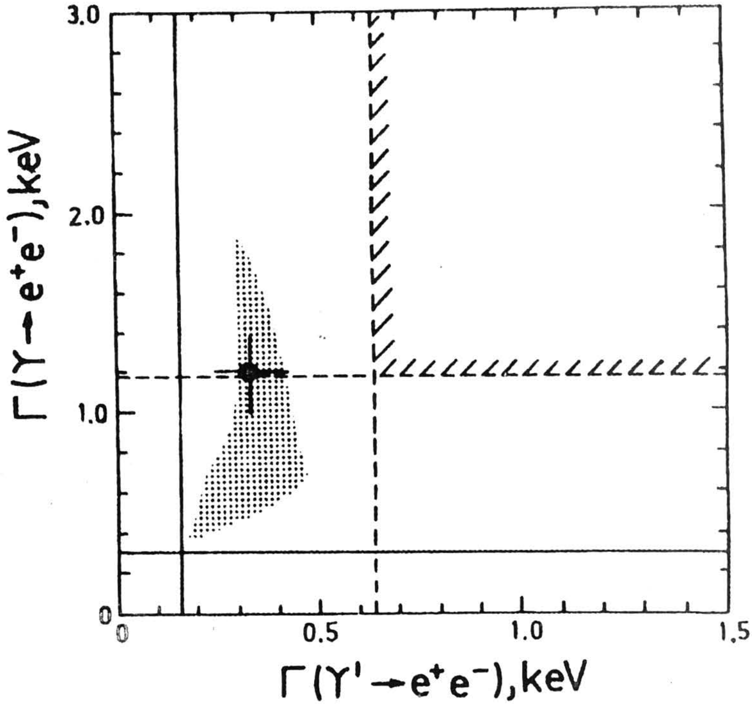


Figura 6.14
Largimile de dezintegrare $\Gamma(\Upsilon \to ee)$ si $\Gamma(\Upsilon' \to ee)$

In Figura 6.14, liniile solide indica ca limitele inferioare corespund la $Q = 1/3$, iar liniile intrerupte arata limita superioara a lui Q, care este 2/3. Regiunea hasurata indica valoarea cea mai probabila pentru latimile leptonice, care este $Q = 1/3$.

Diferenta de masa intre Υ si Υ' este aproximativ aceiasi ca cea intre J/Ψ' si Ψ'. In modelul cuarc nerelativist, diferenta de masa depinde de tipul de potential.

Daca Υ si Υ' sunt asignate starilor $1\,^3S_1$ si $2\,^3S_1$ ale sistemului $b\bar{b}$, atunci:

a) teoria da urmatoarele rezultate:

Tipul de potential	$\Delta m\ (2\,^3S_1 - 1\,^3S_1)$	$\Delta m\ (\Upsilon - \Upsilon')$ calculata din $\Delta m\ (\Psi' - J/\Psi)$
coulombian	$\sim m_Q$	1800 MeV
liniar	$\sim m_Q^{-1/3}$	400 MeV
logaritmic	const	591 MeV

b) experimental se obtine:
m (Ψ'- J/Ψ) = 591 ± 1 MeV
m (ϒ - ϒ') = 558 ± 10 MeV

Un potential pur logaritmic prezice Δm (ϒ - ϒ') si Δm (Ψ'- J/Ψ) a fi aceleasi, in timp ce un potentialele liniare si coulombiene dau o descriere corecta a situatiei experimentale.

6.3 Situatia experimentala in sectorul barionilor. Candidati barioni exotici

Starile excitate ale nucleonului au fost studiate intr-un numar mare de experimente de formare si producere. Masele, latimile de dezintegrare si elasticitatile pentru rezonantele N si Δ au fost studiate prin analiza de unde partiale pentru interactiile πN totale, elastice si imprastierea cu schimb de sarcina. Au fost stabilite rapoartele de dezintegrare pentru canalele: $N\eta$, ΛK, ΣK.

In sectorul rezonantelor barionice cu straneitate, Λ si Σ nu exista rezultate noi in ultimii ani. Au fost puse in evidenta experimental 18 rezonante Λ si 26 Σ. Dintre acestea, doar 19 au un statut cert, restul necesitind confirmari prin noi experimente. Pentru 9 dintre acestea din urma, numerele cuantice nu au fost determinate. Experimentele de producere au fost utilizate numai pentru starile cele mai joase in masa. In punerea in evidenta a starilor rezonante a fost in general folosita tot analiza de faza.

$\Lambda(1405)$ S_{01}, cu J^P = 1/2$^-$, este considerata o rezonanta bine precizata experimental. Ea este asignata in RPP starii celei mai joase, cu L = 1, a supermultipletului format din trei cuarci, si este cuplata cu Λ (1520), J^P = 3/2$^+$.

Totusi, pentru aceasta stare, nici J nici P nu au fost determinate in mod direct. Masa acestei rezonante este sub pragul $N\overline{K}$. Masa si largimea totala a acestei rezonante sunt determinate pe baza de model. Masa este mult mai joasa fata de partenerul acesteia, $\Lambda(1520)$, daca ne bazam pe rezultatele modelelor teoretice inspirate de rezultatele structurii de cuarci. Acestea implica inlocuirea lui $\Lambda(1405)$ in supermultipletul L = 1 cu o alta stare, de masa mai mare, astfel ca despicarea dupa spin intre ${}^1\!/_2{}^-$ si ${}^3\!/_2{}^-$ sa fie in acord cu asteptarile teoretice.

Exista multe lucrari teoretice care incearca sa explice aceste paradoxuri ale rezonantei $\Lambda(1405)$. Doua posibilitati extreme sunt: (a) aceasta stare reprezinta un amestec intre singletul (uds) cu L = 1 din SU(3) si un sitem mezon - barion in unda S; (b) reprezinta o stare legata $N\overline{K}$, analog deuteronului pentru o stare NN.

Nu exista dubii asupra existentei rezonantei $\Lambda(1405)$, asupra masei, largimii totale de dezintegrare sau al numerelor cuantice, dar prezentul statut al acesteia intre barioni depinde mult prea mult de considerente teoretice si este necesar de a fi facute noi masuratori experimentale pentru a clarifica aceste aspecte.

S-a constatat un dezacord intre rezultatele obtinute in experiemnte de producere si formare in regiunea 1600 - 1700 MeV, si aceasta regiune energetica trebuie privita cu precautie.

Rezonantele Ξ sunt printre cele mai putin cunoscute. Motivatia acestei situatii rezulta din aceea ca rezonantele Ξ nu pot fi produse direct, prin experimente de formare, ci apar ca o parte a starii finale., fapt ce complica analiza. Sectiunile de producere sunt mici, cu valori tipice de ordinul μb. Starile finale sunt complicate topologic, si este dificil de a realiza experimente de spectrometrie cu tehnici electronice. Aproape toate datele experimentale existente provin din experimente cu camere cu bule, in care numarul de experimente este mic.

In sectorul barionilor cu charm, pina in prezent s-au pus in evidenta experimental numai particule care contin o singura sarcina de charm. O imagine mai clara asupra acestei situatii este relevata de multipletii barionici din SU(4). In Figura 6.15, barionii continind o singura sarcina de charm reprezinta primul plan de deasupra bazei.

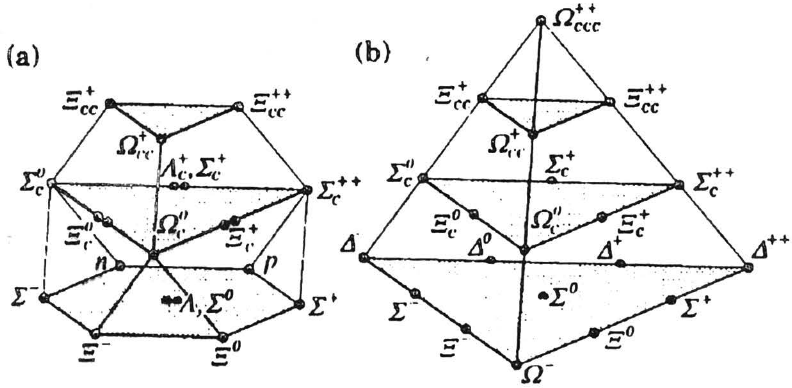


Figura 6.15
Multipletii barionici in SU(4).
(a) 20-pletul barionic care contine octetul SU(3) ca nivelul cel mai de jos ($J = 1/2^+$)
(b) 20-pletul barionic care contine decupletul ca nivel inferior ($J = 3/2^+$)

Din sectorul barionilor cu "bottom" numai barionul $\Lambda_b^0(udb)$ are un statut cert si este inregistrat ca atare in tabelul particulelor elementare.

Candidati barioni exotici

In modelul cuarc standard, barionii au structura qqq. Ca si in cazul spectrului mezonilor, exista sugestii despre existenta unor stari care sunt in afara acestei scheme. Acestea includ barionii hibrizi ($qqqg$) ca si starile instabile legate, mezon - nucleon.

Daca aceste stari exista, va fi mult mai dificil de a pune in evidenta experimental existenta acestora fata de cazul mezonilor exotici.

Barionii hibrizi nu vor avea trasaturi clar exotice evidentiate prin numere cuantice. Ca si in cazul mezonilor, se vor putea amesteca cu barionii obisnuiti. Singurele posibilitati de identificare pentru astfel de stari se vor baza numai pe: (a) caracteristici specifice de formare si dezintegrare; (b)extra stari fata de predictiile de model.

Experimental, cele mai multe analize au fost focalizate pentru a studia valorile prezise pentru hibrizii cei mai usori. Daca prima stare hibrida se gaseste sub 2 GeV, asa cum sugereaza modelele de saci de cuarci, atunci o astfel de stare trebuie sa se gaseasca intre starile existente. In prezent, asignarea starilor rezonante la multipleti nu este foarte clara.

Rezonanta $N(1440)$ P_{11}, cunoscuta ac rezonanta Roper, este considerata ca un candidat hibrid, datorita numerelor cuantice, masei si cuplajului electromagnetic. Rezonanta $\Delta(1600)$ P_{33} este un alt candidat pentru o stare hibrida.

Experiementele de foto- si electroproducere sunt considerate in prezent drept caile de producere de barioni hibrizi.

O alta categorie de stari barionice "exotice" sunt starile de pentacuarc ($qqqq\bar{q}$) si dibarionii, structuri rezonante formate din sase cuarci ($qqqqqq$). Pentru ambele tipuri de barioni exotici exista in literatura o serie de candidati, dar rezultatele nu sunt concludente si sunt necesare confirmari, ca si in cazul $\Lambda(1405)$.

Anexa 1
Tabelul mezonilor

Mezoni usori
($S = C = B = 0$)

	$I^G(J^{PC})$		$I^G(J^{PC})$
• $\pi^{\pm}$	$1^-(0^-)$	$f_2(1640)$	$0^+(2^{++})$
• π^0	$1^-(0^{-+})$	• $\omega_3(1670)$	$0^-(3^{--})$
• η	$0^+(0^{-+})$	• $\pi_2(1670)$	$1^-(2^{-+})$
• $f_0(400\text{–}1200)$	$0^+(0^{++})$	• $\phi(1680)$	$0^-(1^{--})$
• $\rho(770)$	$1^+(1^{--})$	• $\rho_3(1690)$	$1^+(3^{--})$
• $\omega(782)$	$0^-(1^{--})$	• $\rho(1700)$	$1^+(1^{--})$
• $\eta'(958)$	$0^+(0^{-+})$	• $f_J(1710)$	$0^+(\text{even}^{++})$
• $f_0(980)$	$0^+(0^{++})$	$X(1740)$	$0^+(\text{even}^{++})$
• $a_0(980)$	$1^-(0^{++})$	$\eta(1760)$	$0^+(0^{-+})$
• $\phi(1020)$	$0^-(1^{--})$	$\pi(1800)$	$1^-(0^{-+})$
• $h_1(1170)$	$0^-(1^{+-})$	$X(1775)$	$1^-(?^{-+})$
• $b_1(1235)$	$1^+(1^{+-})$	$f_2(1810)$	$0^+(2^{++})$
• $a_1(1260)$	$1^-(1^{++})$	• $\phi_3(1850)$	$0^-(3^{--})$
• $f_2(1270)$	$0^+(2^{++})$	$\eta_2(1870)$	$0^+(2^{-+})$
• $f_1(1285)$	$0^+(1^{++})$	$X(1910)$	$0^+(?^{?+})$
• $\eta(1295)$	$0^+(0^{-+})$	$f_2(1950)$	$0^+(2^{++})$
• $\pi(1300)$	$1^-(0^{-+})$	$X(2000)$	$1^-(?^{?+})$
• $a_2(1320)$	$1^-(2^{++})$	• $f_2(2010)$	$0^+(2^{++})$
• $f_0(1370)$	$0^+(0^{++})$	$a_4(2040)$	$1^-(4^{++})$
$h_1(1380)$	$?^-(1^{+?})$	• $f_4(2050)$	$0^+(4^{++})$
$\hat{\rho}(1405)$	$1^-(1^{-+})$	$\pi_2(2100)$	$1^-(2^{-+})$
• $f_1(1420)$	$0^+(1^{++})$	$f_2(2150)$	$0^+(2^{++})$
• $\omega(1420)$	$0^-(1^{--})$	$\rho(2150)$	$1^+(1^{--})$
$f_2(1430)$	$0^+(2^{++})$	$f_0(2200)$	$0^+(0^{++})$
• $\eta(1440)$	$0^+(0^{-+})$	$f_J(2220)$	$0^+(2^{++}$ or $4^{++})$
$a_0(1450)$	$1^-(0^{++})$		
• $\rho(1450)$	$1^+(1^{--})$	$\eta(2225)$	$0^+(0^{-+})$
• $f_0(1500)$	$0^+(0^{++})$	$\rho_3(2250)$	$1^+(3^{--})$
• $f_1(1510)$	$0^+(1^{++})$	• $f_2(2300)$	$0^+(2^{++})$
• $f'_2(1525)$	$0^+(2^{++})$	$f_4(2300)$	$0^+(4^{++})$
$f_2(1565)$	$0^+(2^{++})$	• $f_2(2340)$	$0^+(2^{++})$
• $\omega(1600)$	$0^-(1^{--})$	$\rho_5(2350)$	$1^+(5^{--})$
$X(1600)$	$2^+(2^{++})$	$a_6(2450)$	$1^-(6^{++})$
		$f_6(2510)$	$0^+(6^{++})$
		$X(3250)$	$?^?(?^{??})$

Mezoni cu straneitate
($S = \pm 1,\ C = B = 0$)

	$I(J^P)$
• $K^{\pm}$	$1/2(0^-)$
• K^0	$1/2(0^-)$
• K^0_S	$1/2(0^-)$
• K^0_L	$1/2(0^-)$
• $K^*(892)$	$1/2(1^-)$
• $K_1(1270)$	$1/2(1^+)$
• $K_1(1400)$	$1/2(1^+)$
• $K^*(1410)$	$1/2(1^-)$
• $K^*_0(1430)$	$1/2(0^+)$
• $K^*_2(1430)$	$1/2(2^+)$
$K(1460)$	$1/2(0^-)$
$K_2(1580)$	$1/2(2^-)$
$K_1(1650)$	$1/2(1^+)$
• $K^*(1680)$	$1/2(1^-)$
• $K_2(1770)$	$1/2(2^-)$
• $K^*_3(1780)$	$1/2(3^-)$
• $K_2(1820)$	$1/2(2^-)$
$K(1830)$	$1/2(0^-)$
$K^*_0(1950)$	$1/2(0^+)$
$K^*_2(1980)$	$1/2(2^+)$
• $K^*_4(2045)$	$1/2(4^+)$
$K_2(2250)$	$1/2(2^-)$
$K_3(2320)$	$1/2(3^+)$
$K^*_5(2380)$	$1/2(5^-)$
$K_4(2500)$	$1/2(4^-)$
$K(3100)$	$?^?(?^{??})$

Mezoni cu charm
($C = \pm 1$)

• $D^{\pm}$	$1/2(0^-)$
• D^0	$1/2(0^-)$
• $D^*(2007)^0$	$1/2(1^-)$
• $D^*(2010)^{\pm}$	$1/2(1^-)$
• $D_1(2420)^0$	$1/2(1^+)$
$D_1(2420)^{\pm}$	$1/2(?^?)$
• $D^*_2(2460)^0$	$1/2(2^+)$
• $D^*_2(2460)^{\pm}$	$1/2(2^+)$

Mezoni cu c si s
($C = S = \pm 1$)

• $D^{\pm}_s$	$0(0^-)$
• $D^{*\pm}_s$	$?(?^?)$
• $D_{s1}(2536)^{\pm}$	$0(1^+)$
• $D_{sJ}(2573)^{\pm}$	$?(?^?)$

Mezoni cu bottom
($B = \pm 1$)

• $B^{\pm}$	$1/2(0^-)$
• B^0	$1/2(0^-)$
• B^*	$1/2(1^-)$
$B^*_J(5732)$	$?(?^?)$

Mezoni cu s si b
($B = \pm 1,\ S = \mp 1$)

	$I^G(J^{PC})$
• B^0_s	$0(0^-)$
B^*_s	$?(?^?)$
$B^*_{sJ}(5850)$	$?(?^?)$

$c\bar{c}$

• $\eta_c(1S)$	$0^+(0^{-+})$
• $J/\psi(1S)$	$0^-(1^{--})$
• $\chi_{c0}(1P)$	$0^+(0^{++})$
• $\chi_{c1}(1P)$	$0^+(1^{++})$
$h_c(1P)$	$?^?(?^{??})$
• $\chi_{c2}(1P)$	$0^+(2^{++})$
$\eta_c(2S)$	$?^?(?^{?+})$
• $\psi(2S)$	$0^-(1^{--})$
• $\psi(3770)$	$?^?(1^{--})$
• $\psi(4040)$	$?^?(1^{--})$
• $\psi(4160)$	$?^?(1^{--})$
• $\psi(4415)$	$?^?(1^{--})$

$b\bar{b}$

• $\Upsilon(1S)$	$0^-(1^{--})$
• $\chi_{b0}(1P)$	$0^+(0^{++})$
• $\chi_{b1}(1P)$	$0^+(1^{++})$
• $\chi_{b2}(1P)$	$0^+(2^{++})$
• $\Upsilon(2S)$	$0^-(1^{--})$
• $\chi_{b0}(2P)$	$0^+(0^{++})$
• $\chi_{b1}(2P)$	$0^+(1^{++})$
• $\chi_{b2}(2P)$	$0^+(2^{++})$
• $\Upsilon(3S)$	$0^-(1^{--})$
• $\Upsilon(4S)$	$?^?(1^{--})$
• $\Upsilon(10860)$	$?^?(1^{--})$
• $\Upsilon(11020)$	$?^?(1^{--})$

Anexa 2
Tabelul barionilor

p	P_{11}	****
n	P_{11}	****
$N(1440)$	P_{11}	****
$N(1520)$	D_{13}	****
$N(1535)$	S_{11}	****
$N(1650)$	S_{11}	****
$N(1675)$	D_{15}	****
$N(1680)$	F_{15}	****
$N(1700)$	D_{13}	***
$N(1710)$	P_{11}	***
$N(1720)$	P_{13}	****
$N(1900)$	P_{13}	**
$N(1990)$	F_{17}	**
$N(2000)$	F_{15}	**
$N(2080)$	D_{13}	**
$N(2090)$	S_{11}	*
$N(2100)$	P_{11}	*
$N(2190)$	G_{17}	****
$N(2200)$	D_{15}	**
$N(2220)$	H_{19}	****
$N(2250)$	G_{19}	****
$N(2600)$	$I_{1,11}$	***
$N(2700)$	$K_{1,13}$	**

$\Delta(1232)$	P_{33}	****
$\Delta(1600)$	P_{33}	***
$\Delta(1620)$	S_{31}	****
$\Delta(1700)$	D_{33}	****
$\Delta(1750)$	P_{31}	*
$\Delta(1900)$	S_{31}	***
$\Delta(1905)$	F_{35}	****
$\Delta(1910)$	P_{31}	****
$\Delta(1920)$	P_{33}	***
$\Delta(1930)$	D_{35}	***
$\Delta(1940)$	D_{33}	*
$\Delta(1950)$	F_{37}	****
$\Delta(2000)$	F_{35}	**
$\Delta(2150)$	S_{31}	*
$\Delta(2200)$	G_{37}	*
$\Delta(2300)$	H_{39}	**
$\Delta(2350)$	D_{35}	*
$\Delta(2390)$	F_{37}	*
$\Delta(2400)$	G_{39}	**
$\Delta(2420)$	$H_{3,11}$	****
$\Delta(2750)$	$I_{3,13}$	**
$\Delta(2950)$	$K_{3,15}$	**

Λ	P_{01}	****
$\Lambda(1405)$	S_{01}	****
$\Lambda(1520)$	D_{03}	****
$\Lambda(1600)$	P_{01}	***
$\Lambda(1670)$	S_{01}	****
$\Lambda(1690)$	D_{03}	****
$\Lambda(1800)$	S_{01}	***
$\Lambda(1810)$	P_{01}	***
$\Lambda(1820)$	F_{05}	****
$\Lambda(1830)$	D_{05}	****
$\Lambda(1890)$	P_{03}	****
$\Lambda(2000)$		*
$\Lambda(2020)$	F_{07}	*
$\Lambda(2100)$	G_{07}	****
$\Lambda(2110)$	F_{05}	***
$\Lambda(2325)$	D_{03}	*
$\Lambda(2350)$	H_{09}	***
$\Lambda(2585)$		**

Σ^+	P_{11}	****
Σ^0	P_{11}	****
Σ^-	P_{11}	****
$\Sigma(1385)$	P_{13}	****
$\Sigma(1480)$		*
$\Sigma(1560)$		**
$\Sigma(1580)$	D_{13}	**
$\Sigma(1620)$	S_{11}	**
$\Sigma(1660)$	P_{11}	***
$\Sigma(1670)$	D_{13}	****
$\Sigma(1690)$		**
$\Sigma(1750)$	S_{11}	***
$\Sigma(1770)$	P_{11}	*
$\Sigma(1775)$	D_{15}	****
$\Sigma(1840)$	P_{13}	*
$\Sigma(1880)$	P_{11}	**
$\Sigma(1915)$	F_{15}	****
$\Sigma(1940)$	D_{13}	***
$\Sigma(2000)$	S_{11}	*
$\Sigma(2030)$	F_{17}	****
$\Sigma(2070)$	F_{15}	*
$\Sigma(2080)$	P_{13}	**
$\Sigma(2100)$	G_{17}	*
$\Sigma(2250)$		***
$\Sigma(2455)$		**
$\Sigma(2620)$		**
$\Sigma(3000)$		*
$\Sigma(3170)$		*

Ξ^0	P_{11}	****
Ξ^-	P_{11}	****
$\Xi(1530)$	P_{13}	****
$\Xi(1620)$		*
$\Xi(1690)$		***
$\Xi(1820)$	D_{13}	***
$\Xi(1950)$		***
$\Xi(2030)$		***
$\Xi(2120)$		*
$\Xi(2250)$		**
$\Xi(2370)$		**
$\Xi(2500)$		*
Ω^-		****
$\Omega(2250)^-$		***
$\Omega(2380)^-$		**
$\Omega(2470)^-$		**
Λ_c^+		****
$\Lambda_c(2593)^+$		***
$\Lambda_c(2625)^+$		***
$\Sigma_c(2455)$		****
$\Sigma_c(2530)$		*
Ξ_c^+		***
Ξ_c^0		***
$\Xi_c(2645)$		***
Ω_c^0		***
Λ_b^0		***
Ξ_b^0, Ξ_b^-		*

Bibliografie

1. F.E.Close, ***An introduction to quarks and partons***, Academic Press, 1979.
2. B.Diekmann, ***Spectroscopy of mesons containing light quarks (u, s, d) or gluons***, Raport CERN, CERN - EP/86-112 (1986).
3. K.Gottfried, V.F.Weisskopf, ***Subnuclear phenomena***, Cap. I, Partea a 5-a din ***"The concepts of Particle Physics"***, Oxford University Press
4. M.Jacobi, E.Quocigh (editori) ***The CERN OMEGA Spectrometer: 25 Years of Physics***, Raport CERN, CERN 97-02 (1977).
5. J.M. Richard, ***The non-relativistic three body problem for baryons***, Physics Reports, vol. 212 (1992) 1-76.
6. R.H.Schindler, ***Heavy Quark Spectroscopy and Decays***, Lectures presented at the XIV-th SLAC Summer Institute on Particle Physics, Stanford 1986.
7. ***, ***Review of Particle Physics***, Phys. Rev. D54, Part I, 1996.
8. G.Wolf, ***Selected Topics on e^+e^- physics***, Raport DESY, DESY 80/13 (1980)
9. H.Meyer, ***e^+e^- annihilation***, Raport University of Wuppertal.
10. T:F.Walsh, ***Chrodynamics in e^+e^-***, Preprint CERN TH 3027 (1981)
11. L.G.Landsberg, ***Exotic hadrons***, in ***Topics in Hadron Spectroscopy*** v. 3, D.C.Peaslee (editor), Nova Science Publishers Inc., New York 1995 (vezi si volumele anteriore!)

12. U.Gastaldi, R.Klapisch, F.E.Close (editori) ***Spectroscopy of Light and Heavy Quarks***, Proc. of the Second Course of the Int. School on Physics with Low Energy Antiprotons, Erice 1987, Plenum Press, New York and London.

13. Jean Mark Richard, ***Sacs, potentiel et spectre hadronique,*** in GIF-86, Ecole d'ete de physique des particules, Gif sur Yvette, 1986.

14. F.Iddir, S.Safir, ***Do 1 ccg hybrid mesons exist, do they mix with charmonium?*** Preprint LPT Oran 10/97 - LPTHE Orsay -97-71, 1997

15. Claude Amsler, ***Proton-antiproton anihilation and meson spectroscopy with the Crystal Barrel***, in curs de aparitie la Rev. Mod. Phys., 1998.

16. ***, ***Proc. of the Second Int. Conf. on Hadron Spectroscopy***, KEK; Japan, 1987, Raport KEK 87-7, 1987

17. S.-U.Chung (editor), ***Proc. Workshop on Glueballs, Hybrids and Exotic Hadrons,*** Upton, New York 1988, New York 1989.

18. H.Koch, M.Kunze, K.Peters (editori), ***Proc. Fourth Biennial Conf on Low Energy Antiproton Physics***, Dinkelsbuhl 1996, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 56A (1997).

după Sydney Harris, din: http://i04ktha.desy.de/cartoons/har0388.jpg

Tiparul s-a executat sub c-da nr. 494/1998,
la Tipografia Editurii Universității din București

ISBN 973- 575 - 282 - 4

Lei 13100